HØGSKOLEN I STAVANGER

AVDELING FOR TEKNISK - NATURVITENSKAPELIGE FAG

DATO: 24. FEBRUAR 1999

EKSAMEN I: TE 6192 Reservoarsimulering, innføring

VARIGHET: kl 09.00 – 14.00

TILLATTE HJELPEMIDLER: Kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV: 2 sider

MERKNADER: Ingen

Oppgave 1

Gitt diffusivitetsligningen for horisontal strøm av et fluid i en dimensjon på formen

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Ckb}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\right) + q = \frac{\partial}{\partial t}(\phi b), \qquad (1)$$

hvor C er en omregningsfaktor, k absolutt permeabilitet, b invers volumfaktor, ϕ porøsitet, p trykk og q kildeledd.

a) Anta at ϕ, μ, db/dp, k er uavhengige av trykket og at b kan betraktes som konstant i strømningsleddet på venstre side av ligningen. Blokklengden Δx og permeabilitetet k skal være de samme for hver numeriske blokk. Ligningen kan da skrives på følgende numerisk form,

$$-a_i\, p_{i-1}^{m} + p_i^{n+1} - c_i\, p_{i+1}^{m} = d_i, \qquad (2)$$

hvor m enten er lik $n+1$ eller n, og n angir tidsnivået slik at tidssteget er gitt ved $\Delta t = t^{n+1} - t^{n}$. Start med ligning (1) og utled uttrykk for a_i, c_i, d_i for (i) implisitt, og (ii) eksplisitt formulering.

b) Nå fjernes antagelsene under spm. a). Det vil si at ϕ, μ, b, k generelt er trykkavhengige størrelser. Ligning (1) skal formuleres på en fullstendig implisitt numerisk form, altså med både trykkavhengige størrelser og strøm mellom blokkene valgt ved slutten av tidssteget. Vis hvordan dette kan gjøres ved rekkeutvikling (Newton's metode).

Oppgave 2

Anta nå at ligning (2) gjelder med implisitt formulering. Følgende løsningsmetoder kan brukes til å finne trykkene ved ny tid t^{n+1} dersom løsningen er kjent ved tid t^{n}: (a) Direkte, ved eliminasjon, (b) Gauss-Seidel iterasjon, (c) SOR.

Hvilke av disse tre løsningsmetodene kunne også ha vært brukt sammen med (i) eksplisitt formulering, og (ii) Crank-Nicolson formulering? Begrunn svaret.

Oppgave 3

a) Skriv ned hvilke ligninger som erstatter ligning (1) og ligning (2) dersom det skal simuleres et enfase, todimensjonalt problem.

b) Et enfase, todimensjonalt problem skal simuleres med 6, (2×3), blokker med LSOR (Line Successive OverRelaxation) som løsningsmetode. Nummerer blokkene og skisser en Fortrankode som kan brukes til å løse ligningssettet.

Oppgave 4

a) Angi de fire ligningene som erstatter ligning (1) dersom simultan strøm av olje og vann skal simuleres. Hvilke størrelser vil det være fornuftig å velge som ukjente?

b) Forklar hva som menes med oppstrøms relative permeabiliteter og forklar hvorfor de brukes.

Oppgave 5

Den følgende formel gir trykket p som en funksjon av posisjon x og tid t i et endimensjonalt reservoar hvor det samtidig startes med injeksjon og produksjon med like stor rate i hver ende ved tid $t = 0$,

$$p(x,t) = p_i - q(x-L) - 8Lq \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(\frac{(2n+1)\pi}{2L}x)}{((2n+1)\pi)^2} \exp(-(\frac{(2n+1)\pi}{2L})^2 c_1^2 t). \qquad (3)$$

Skisser en subrutine i Fortran som beregner trykket med en viss nøyaktighet, for en gitt verdi av x og t. Forklar hvordan dataene p_i, q, L, c_1 på to ulike måter kan overføres fra hovedprogrammet til subrutinen.