Utkast til l£sning
Eksamen i te192 Reservoarsimulering, innf£ring
Eksamensdato 2. mai 1996

Oppgave 1

a) Vi ser pî blokk nr. i og lar A betegne grenseflaten mot naboblokken $i-1$ i negativ x-retning og B grenseflaten mot naboen $i+1$ i positiv x-retning. For î forenkle framstillingen setter vi hjelpest£rrelsen Y lik

$$Y = \frac{Ckb_r}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x},$$

og diffusivitetsligningen skrives som

$$\frac{\partial Y}{\partial x} + \frac{qb_r}{\rho_r} = \phi c_f b_r \frac{\partial p}{\partial t}. \qquad \qquad (1)$$

Vi bruker differansemetoden til î diskretisere ligning 1, h£yre siden i romlig x-retning, og venstre siden i tid, og fîr[1]

$$\frac{Y_i|_B - Y_i|_A}{\Delta x} + \frac{q_i b_r}{\rho_r} = \phi c_f b_r \frac{p_i(t_{n+1}) - p_i(t_n)}{\Delta t}. \qquad \qquad (2)$$

Videre er

$$Y_i|_B \approx \frac{Ckb_r}{\mu}\frac{p_{i+1}(t) - p_i(t)}{\Delta x},$$

og tilsvarende for det andre leddet,

$$Y_i|_A \approx \frac{Ckb_r}{\mu}\frac{p_i(t) - p_{i-1}(t)}{\Delta x}.$$

Disse to uttrykkene gir henholdsvis volumstr£m av olje inn fra h£yre og venstre mot blokk i og ligning 2 setter differansen lik endring av oljevolum pr. tidsenhet i blokken ved ekspansjon eller injeksjon. I disse uttrykkene for volumstr£mmen inn mot blokk i mî vi angi ved hvilket tidsnivî vi skal velge î bruke trykket. Det vanligste i moderne, industrielle reservoarsimuleringsmodeller er î velge t ved ny tid t_{n+1} (implisitt formulering).

Innsatt i ligning 2 fîr vi da

$$\begin{aligned}
&\frac{Ckb_r}{\mu(\Delta x)^2}[p_{i+1}(t_{n+1}) - p_i(t_{n+1})] \\
&-\frac{Ckb_r}{\mu(\Delta x)^2}[p_i(t_{n+1}) - p_{i-1}(t_{n+1})] \\
&\qquad\qquad\qquad + \frac{q_i b_r}{\rho_r} \quad = \quad \phi c_f b_r (p_i(t_{n+1}) - p_i(t_n))/\Delta t.
\end{aligned}$$

[1] For enkelthets skyld bruker vi fortsatt standard likhetstegn mellom venstre og h£yre siden, selv om disse nî er diskretiserte tiln¿rminger til differensialligningens h£yre og venstre side.

La oss sette $T = Ckb_r/\mu(\Delta x)^2$ og forenkle notasjonen ved î sette $p_k \equiv p_k(t_{n+1})$ for vilkîrlig k. Ligningen ordnet blir da

$$Tp_{i-1} - (2T + \phi c_f b_r/\Delta t)p_i + Tp_{i+1} = -(\phi c_f b_r p_i(t_n)/\Delta t + \frac{q_i b_r}{\rho_r}).$$

Det er nî n£dvendig î ta spesielt hensyn til endeblokkene. Vi skal anta at venstre endeflate av den f£rste blokken og h£yre endeflate av den siste blokken er lukket, eller sagt pî en annen mîte, $Y_1|_A = 0$ og $Y_l|_B = 0$, nîr N betegner siste blokk. For f£rste blokk blir ligningen da

$$(T + \phi c_f b_r/\Delta t)p_1 + Tp_2 = -(\phi c_f b_r p_1(t_n)/\Delta t + \frac{q_1 b_r}{\rho_r}),$$

og for siste blokk N

$$Tp_{N-1} - (T + \phi c_f b_r/\Delta t)p_N = -(\phi c_f b_r p_N(t_n)/\Delta t + \frac{q_N b_r}{\rho_r}).$$

La m v¿re lik 1 dersom blokknummeret i er lik 1 eller N og 2 ellers. Da kan vi definere

$$\begin{aligned} B &= mT + \phi c_f b_r/\Delta t \\ a_i &= T/B \\ c_i &= T/B \\ d_i &= (\phi c_f b_r p_i(t_n)/\Delta t + (\frac{q b_r}{\rho_r})_i)/B, \end{aligned}$$

og fîr ligning 2 pî f£lgende numerisk form

$$\boxed{a_i p_{i-1} - p_i + c_i p_{i+1} = -d_i.} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

b)

$$ap_{im,j} + cp_{ip,j} - p_{i,j} + ep_{i,jm} + fp_{i,jp} = -d_{i,j},$$

hvor a, c, d, e har indekser (i, j) og $im = i - 1$, $ip = i + 1$, etc.

Nî er

$$\begin{aligned} B &= mT + \phi c_f b_r/\Delta t \\ a &= T/B \\ c &= T/B \\ e &= T/B \\ f &= T/B \\ d_i &= (\phi c_f b_r p_i(t_n)/\Delta t + (\frac{q b_r}{\rho_r})_i)/B, \end{aligned}$$

med $m = 4$ for en generell blokk, $m = 3$ for en kantblokk, og $m = 2$ for en hj£rneblokk.

c) Se kompendiet.

Oppgave 2

a) Se kompendiet.

b) Vi har at $(N-1)\ln(r_{i+1}/r_i) = \ln(r_e/r_w$, ved î bruke Darcy's lov og summere alle trykkfallene som skal v¿re like over de $N-1$ blokkene. Dermed fîr vi

$$\frac{r_{i+1}}{r_i} = \left(\frac{r_e}{r_w}\right)^{1/(N-1)}.$$

Pî denne mîten kan en tiln¿rmet fî samme n£yaktighet i simuleringen over hele reservoaret.

c) Tidlige data kan ikke benyttes dersom en skal sammenligne med en rett linje i et halvlogaritmisk plott siden dette bare gjelder nîr dimensjonsl£s tid basert pî br£nnradius $t_D > 25$. Data senere enn $t_{DA} = 0.1$ kan heller ikke brukes fordi da vil det simulerte br£nntrykk v¿re influert av ytre grense.

d) Ved î la blokk nr. 1 v¿re en del av borhullet med h£y permeabilitet og et porevolum (por£sitet) lik volumet av hulrom i borhullet fra reservoaret og opp til overflaten.

Oppgave 3

a) Se kompendiet for de to ligningene. Det er n£dvendig î forklare metning, relative permeabiliteter, kapillartrykk.

Trykket mî erstattes med potensialet (se kompedium) nîr reservoaret har helning, $\Phi = p + \rho g z$ for hver fase.

b) Kan for enkelthets skyld starte med midtpunktet av en blokk i vann-olje kontakten. Gîr en blokk opp. Regner ut trykket i hver fase fra tetthetene. Kapillartrykket er differansen mellom trykkene. Bruker kapillartrykkskurven til î finne metningen. Gîr videre til neste blokk og repeterer beregningen. Fortsetter inntil vannmetningen er blitt irredusibel.

Hele denne prosessen mî nî gj£res omigjen siden endringen av trykkene vil endre tetthetene. Fortsetter med en slik sl£yfe inntil trykkene ikke endres mer, sjekker mot et lite tall.

Oppgave 4

a) To faser, "black oil," to dimensjoner (tre dimensjoner men to koordinatakser i sylindergeometri). Hvorfor sier seg nesten selv...

b) Radielt £ker radiene med en faktor, kfr. tidligere oppgave. Vertikalt mî det findeles rundt vann-olje kontakten og over laggrensene.

Det fins ingen annen mîte enn î findele enda mer og se om det gir noen endring. En mî ogsî passe pî at tidsstegslengden gir en dominerende feil.

c) Ja, siden lagdelingen er ulik.