HØGSKOLEN I STAVANGER

AVDELING FOR TEKNISK - NATURVITENSKAPELIGE FAG

DATO: 19. DESEMBER 1995

EKSAMEN I: TE 192 Reservoarsimulering, innføring

VARIGHET: kl 09.00 – 14.00

TILLATTE HJELPEMIDLER: Kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV: 3 sider

MERKNADER: Ingen

Oppgave 1

a) Gitt bevaringsligningen

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) - q + \frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho) = 0, \tag{1}$$

hvor ρ er tettheten av fluidet som strømmer. Hva er det som bevares, hva står symbolene u og q for og hvilke enheter uttrykkes q i?

b) Kompressibiliteten c_f til et fluid er definert ved

$$c_f = -\frac{1}{V_f}\left(\frac{\partial V_f}{\partial p}\right)_T, \tag{2}$$

hvor V_f er fluidvolum og T er temperatur. Vis at dersom c_f er konstant så er

$$\rho = \rho_r \exp[c_f(p - p_r)], \tag{3}$$

hvor p_r er et referansetrykk, f.eks. intielt trykk, og ρ_r er den tilhørende tetthet.

c) Anta at permeabilitet, porøsitet, viskositet og kompressibilitet av fluid er konstant. Vis at (1) da kan skrives som

$$\frac{Ck}{\mu c_f}\frac{\partial^2\rho}{\partial x^2} + q = \phi\frac{\partial\rho}{\partial t}, \tag{4}$$

hvor C er en omregningsfaktor som avhenger av hvilket sett av enheter som er valgt.
[Hint: Sett inn i (1) for u fra Darcy's lov og deriver (3) m.h.p. x.]

d) I (3) vil vanligvis $c_f(p-p_r) \ll 1$ for væsker. Vis ved rekkeutvikling til 2. orden at

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} \approx c_f \rho_r (1 + c_f(p-p_r)) \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

dersom

$$\left| \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right| \gg \frac{c_f \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2}{1 + c_f(p-p_r)}.$$

[Oppgitt: $\exp(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots$]

e) Vis nå at (4) kan skrives som

$$\frac{Ckb_r}{\mu} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{qb_r}{\rho_r} = \phi c_f b_r \frac{\partial p}{\partial t}, \tag{5}$$

hvor b_r er volumfaktoren ved p_r, og forklar hva størrelsen qb_r/ρ_r uttrykker.

Oppgave 2

Diffusivitetsligningen (5) gjelder for strøm i en dimensjon av en væske med liten og konstant kompressibilitet. I denne oppgaven skal det formuleres en numerisk løsning av ligningen.

a) Reservoaret diskretiseres i N like blokker med lengde Δx. Tiden diskretiseres i like lange tidssteg $\Delta t = t_{n+1} - t_n$. Det brukes implisitt formulering.

Utled simuleringsligningen

$$a_i p_{i-1} - p_i + c_i p_{i+1} = -d_i \tag{6}$$

hvor

$$\begin{aligned} B &= kT + \phi c_f b_r / \Delta t \\ a_i &= T/B \\ c_i &= T/B \\ d_i &= (\phi c_f b_r \, p_i(t_n)/\Delta t + \frac{q_i b_r}{\rho_r})/B, \end{aligned}$$

og $T = Ckb_r/(\mu(\Delta x)^2)$; i angir blokknummer; $k = 1$ dersom $i = 1$ eller N, og 2 ellers.

b) Skisser en Fortran subrutine som kan løse (6) ved eliminasjon.

c) Skisser strukturen til et Fortran simuleringsprogram basert på (5). Forklar spesielt om det er nødvendig å iterere.

d) Hvordan kan vi kontrollere nøyaktigheten til den numeriske løsningen?

Oppgave 3

I vestre del av Trollfeltet er det en oljesone som Hydro vil utvinne med horisontale brønner. Det er en tykk gassone over oljen og vannsone under. Når produksjonen starter, vil gass- olje kontakten over en horisontal brønn deformeres ned mot brønnen i form av en langstrakt renne eller dal og olje-vann kontakten vil tilsvarende trekkes opp som en kam (koning). Det er ønskelig å forutsi hvor lang tid det vil ta før gass eller vann bryter inn i brønnen.

Tiden til gjennombrudd i et tilsvarende *uendelig- virkende* reservoar ønskes brukt som en referanse. Tykkelsen på gassonen settes derfor til ca. 3500 ft, vannsonen til ca. 3500 ft og horisontal utstrekning ca. 30 000 ft. Det regnes med at reservoaret da kan betraktes som uendelig i alle retninger ut fra brønnen i perioden før gjennombrudd. Videre kan det ses bort fra endeeffekter i den horisontale brønnen, som har en lengde på ca. 1500 ft, og interferens fra nabobrønner kan også neglisjeres. Brønnen plasseres forsøksvis midt i oljesonen som er 80 ft tykk.

Ta hensyn til symmetrien i problemet og vurder hvor mange dimensjoner og faser som må brukes i en simuleringsmodell for å kunne estimere tiden til vann- og/eller gassgjennombrudd.

Det kan brukes inntil ca. 2500 numeriske blokker og en kan starte med 1 ft blokker inne ved brønnen. Skisser et fornuftig numerisk rutenett for dette problemet og forklar hvilke kriterier du legger til grunn.