

Øving 3

Læreboka, 8. utgave: Oppgave 6.40, 6.43a), 6.46, 6.47, 6.54, 6.55, 6.56 og 6.57.

Læreboka, 7. utgave: Kap. 6.10: Oppgave 2, 5a), 8, 9, 16, 17 18, 19

Notat om ekstremvariable: Oppgave 1, 2

Oppgave 1:

Et forsikringsselskap regner med at utbetalinger X etter industribranner er eksponensialfordelt, slik at sannsynlighetstettheten til X blir:

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{hvis } x > 0, \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$

Selskapet er spesielt interessert i de høyeste utbetalingene, fordi de evt vil reassurere i andre selskap. La X_1 og X_2 være to uavhengige utbetalinger. Finn sannsynlighetstettheten til $V = \max(X_1, X_2)$. Finn $E(V)$. Sammenlikn med $E(X)$ og $2E(X)$ og kommenter.

Oppgave 2:

Fordelingen til funksjonstiden (i år), X , til en ventil av en bestemt type er gitt ved sannsynlighetstettheten

$$f(x) = 0.02xe^{-0.01x^2} \quad x \geq 0$$

I et system brukes tre ventiler av denne typen, og systemet fungerer kun dersom alle tre ventilene fungerer. Dvs funksjonstiden til hele systemet er $U = \min(X_1, X_2, X_3)$. Vi antar at funksjonstidene til de tre ventilene er uavhengige av hverandre.

- a) Finn fordelingen til U .
- b) Finn $P(X < 5)$ og $P(U < 5)$.
- c) Finn $E(X)$ og $E(U)$. (Hint: Er det noen kjente fordelinger vi har med å gjøre her?)

Oppgave 3:

En sekretær mottar telefoner jevnlig i løpet av arbeidsdagen. Anta at ankomsten av telefoner til sekretæren kan modelleres som en Poisson-prosess med parameter $\lambda = 6$ per time. (Og anta at sekretæren har en telefon som registrerer alle anrop, også telefoner som kommer mens han snakker i telefonen.)

- a) Hva er sannsynligheten for at sekretæren mottar mer enn 6 telefoner i løpet av en time?
- b) Når sekretæren kommer om morgenen, hva er sannsynligheten for at det går mindre enn 10 minutt til første gang telefonen ringer?
- c) Hva er sannsynligheten for at det går mindre enn 20 minutt til andre telefon?
- d) Hva er sannsynligheten for at sekretæren mottar mer enn 50 telefoner i løpet av en arbeidsdag på 7.5 timer?
- e) Sekretæren er ute av kontoret i 10 minutt. Hva er sannsynligheten for at det ikke kommer noen telefoner mens han er borte.
- f) Sekretæren kommer tilbake etter å ha vært ute fra kontoret i 10 minutter og registrerer at det ikke har vært noen telefoner mens han har vært borte. Hva er da sannsynligheten for at det går enda 10 minutter til før telefonen ringer?
- g) Anta at funksjonstiden til telefoner av den typen sekretæren har er eksponensialfordelt med forventningsverdi 6.5 år. Telefonen til sekretæren er nå 2.1 år. Hva er sannsynligheten for at den vil fungere i minst 4 år til?

Noen fasitsvar:

6.40/6.10:2 0.199;

6.43/6.10:5 a) 6 og 18

6.46/6.10:8 0.0351;

6.47/6.10:9 a) 1.2533, b) 0.1353;

6.54/6.10:16 0.2119

6.55/6.10:17 e^6 og $e^{12}(e^4 - 1)$;

6.56/6.10:18 a) 0.0137, b) 0.458;

6.57/6.10:19 a) 0.0067, b) 0.2 ;

E1 $2\lambda(e^{-\lambda v} - e^{-2\lambda v})$ og $\frac{3}{2\lambda}$

E2 Weibull, 200, $\frac{200}{n^2}$

1 $f(v) = 2\lambda(e^{-\lambda v} - e^{-2\lambda v})$ og $E(V) = 3/(2\lambda)$

2 b) 0.221 og 0.528; c) 8.86 og 5.12

3 a) 0.3937, b) 0.6321, c) 0.5940, d) 0.2061, e) 0.3679, f) 0.3679, g) 0.54