

Øving 2

Læreboka, 8. utgave: Oppgave 5.60*, 5.65, 5.94**, 5.96 og 6.11.

Læreboka, 7. utgave: Kap. 5.6: Oppgave 10*, 15
Kap. 5, review: Oppgave 14**, 16
Kap. 6.4: Oppgave 11

*) Tips: Tabellen over Poisson-fordeling kan være til hjelp i denne oppgave. (Man trenger ikke bruke tabellen, men man kan spare litt tid på å bruke den her og i noen av de andre oppgavene.)

**) I punkt b) mener boka egentlig å spørre hva sannsynligheten er for at de finner olje for første gang i forsøk nummer 10.

Oppgave 1:

På en avdeling på et sykehus smittes 25% av pasientene av en bestemt type infeksjon mens de ligger på sykehuset. Anta at alle pasienter har like stor sannsynlighet for å bli smittet og at pasientene smittes uavhengig av hverandre. For tiden er 12 pasienter innlagt på avdelingen. La X betegne antallet av disse pasientene som blir smittet av sykehusinfeksjonen.

- Forklar hvorfor X vil være binomisk fordelt med parametre $n = 12$ og $p = 0.25$.
- Regn ut sannsynligheten for at ingen pasienter smittes og sannsynligheten for at mer enn 1 pasient smittes.
- Regn og forventningsverdien og standardavviket til antall pasienter som smittes.

Oppgave 2:

Antall ulykker per år på en bestemt veistrekning antas Poisson-fordelt med parameter $\lambda = 2$.

- Regn ut sannsynligheten for at det vil skje 2 ulykker i løpet av ett år.
Regn ut sannsynligheten for at det vil skje minst 3 ulykker i løpet av ett år.
- Regn ut sannsynligheten for at det vil skje 2 ulykker i løpet av et halvt år.
- Regn ut sannsynligheten for at det vil skje minst 20 ulykker i løpet av 10 år.
- Regn ut sannsynligheten for at det vil komme til å skje mer enn 2 ulykker på denne veistrekingen i løpet av ett år dersom vi vet at det har skjedd minst en ulykke.

Oppgave 3:

Vekten på brød av en bestemt type som et bakeri lager kan antas normalfordelt med forventningsverdi 750 gram og standaravvik 25 gram. Du kjøper to brød av denne typen. La X_1 og X_2 betegne vekten på disse to brødene. Vi antar at X_1 og X_2 er uavhengige. Regn ut

$$P(X_1 > 800), \quad P(X_1 \leq 800 | X_2 > 750) \quad \text{og} \quad P(X_1 + X_2 > 1600)$$

Oppgave 4:

For bærebjelker av en bestemt type er det kjent at bæreevnen, målt i hvor mange tonn belastning en bjelke tåler før den bryter sammen, er normalfordelt med forventning $\mu = 8.2$ og standardavvik $\sigma = 0.4$. La X være bæreevnen til en tilfeldig valgt bjelke.

- Vis at sannsynligheten for at en bjelke har en bæreevne på mindre enn 7.5 tonn er 0.04.
Dersom en bjelke har blitt utsatt for 7.5 tonn belastning og har vist seg å tåle denne belastningen, hva er sannsynligheten for at denne bjelken tåler mer enn 8.2 tonn belastning? Dvs hva er $P(X > 8.2 | X > 7.5)$?

Vi trenger 20 bærebjelker av den aktuelle typen til en konstruksjon. Vi har som krav at alle bjelkene vi skal bruke må tåle 7.5 tonn belastning. Vi tester derfor bjelker inntil vi har funnet 20 bjelker som tåler 7.5 tonn belastning. Anta at alle bjelker som testes tåler 7.5 tonn belastning eller ikke uavhengig av hverandre. La Y være antall bjelker vi må teste inntil vi har funnet 20 bjelker som tåler 7.5 tonn.

- Hva er fordelingen til Y ? Begrunn svaret.
Regn ut $P(Y < 22)$ og finn $E(Y)$.

Oppgave 5:

Dersom X er eksponensialfordelt er sannsynlighetstettheten til X gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta} & , \text{for } x \geq 0 \\ 0 & , \text{ellers} \end{cases}$$

- Vis at $E(X) = \beta$ og $\text{Var}(X) = \beta^2$.

På pakken til en lyspære står det at den har en forventet levetid på 1000 timer. Anta at levetiden til lyspæren er eksponensialfordelt.

- Regn ut sannsynligheten for at lyspæren vil fungere i mer enn 1000 timer.

Noen fasitsvar:

5.60/5.6:10: a) 0.1512, b) 0.4015; **5.65/5.6:15:** a) 0.2657;

5.94/5,review:14: a) 0.1877, b) 0.0188 eller 0.075; **5.96/5,review:16:** 0.1875;

6.11/6.4:11: a) 0.0571, b) 99.11%, c) 0.3974, d) 27.95, e) 0.0092;

1 b) 0.032 og 0.841, c) 3 og 1.5; **2** a) 0.271 og 0.323, b) 0.184, c) 0.5438, d) 0.373;

3 0.0228, 0.9772 og 0.0023 **4** a) 0.04 og 0.52, b) 0.796 og 20.8