

Øving 1

Læreboka, 8. utgave: Oppgave 4.53, 4.64, 4.65, 4.72 og 4.92.

Læreboka, 7. utgave: Kap. 4.4: Oppgave 3, 14, 15, 22
Kap. 4, review: Oppgave 12

Oppgave 1:

En kontinuerlig stokastisk variabel X har sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} 4x(1-x^2) & \text{,for } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{,ellers.} \end{cases}$$

- a) Regn ut $P(X < 0.5)$, $E(X)$ og $\text{Var}(X)$.
- b) Finn den kumulative fordelingsfunksjonen, $F(x)$, og bruk denne til å regne ut $P(X < 0.3)$.

Oppgave 2:

La X være en kontinuerlig fordelt stokastisk variabel med sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} k(1-x^2) & \text{for } -1 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$

der k er en konstant.

Bestem k og skisser $f(x)$.

Beregn sannsynlighetene $P(X \leq 0.5)$ og $P(X \leq 0.8 | X > 0.5)$.

La $Y = 1 + x^2$. Regn ut $E(Y)$.

Oppgave 3:

Bensinprisen på to bensinstasjoner i Sandnes er registrert for ulike dager. La X være bensinpris på den ene stasjonen og Y være bensinpris på den andre stasjonen en tilfeldig dag. Registreringer av X og Y på 10 tilfeldig valgte dager er vist i tabellen under.

dag i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	11.89	11.39	11.20	11.35	12.10	12.39	11.96	12.15	11.69	11.57
y_i	11.99	11.39	11.65	11.25	11.99	12.09	11.66	12.25	11.36	11.57

Det oppgis at $\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 1.38029$, $\sum_{i=1}^{10} (y_i - \bar{y})^2 = 1.054$ og $\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 0.9624$.

Plott bensinprisene på de to stasjonene mot hverandre i et scatterplott.

Regn ut den empiriske korrelasjonen mellom bensinprisene og kommenter resultatet.

Oppgave 4:

La $X_1, \dots, X_n$ være n uavhengige stokastiske variable som alle har samme forventningsverdi μ og samme varians σ^2 . La videre $a_1, \dots, a_n$ være konstanter, og definer

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad Y = \sum_{i=1}^n a_i X_i \quad \text{og} \quad Z = \frac{\sum_{i=1}^n a_i X_i}{\sum_{i=1}^n a_i}$$

Regn ut $E(\bar{X})$, $\text{Var}(\bar{X})$, $E(Y)$, $\text{Var}(Y)$, $E(Z)$ og $\text{Var}(Z)$.

Noen fasitsvar:

4.43/4.2:11: $E(Y) = 10$ og $\text{Var}(Y) = 144$

4.53/4.4:3: 0.8

4.64/4.4:14: 68

4.65/4.4:15: 52

4.72/4.4:22: a) 175/12, b) 175/6

4.92/4,review:12: 0.258

1: a) 0.4375 og 0.533, b) 0.1719

2: 0.75, 0.8438, 0.821 og 1.2

3: 0.80