

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

Fordelingen til S^2 (f.saml. s. 27)

Dersom $X_1, \dots, X_n$ u.i.f. $N(\mu, \sigma^2)$ kan det vises at (se boka)

$$\frac{n-1}{\sigma^2} S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$$

Er S^2 forventningsrett?

Husk at dersom $V \sim \chi_\nu^2$ så er $E(V) = \nu$. Dette gir:

$$E(S^2) = \frac{\sigma^2}{n-1} E\left(\frac{n-1}{\sigma^2} S^2\right) = \frac{\sigma^2}{n-1} (n-1) = \underline{\underline{\sigma^2}}$$

Dvs S^2 er en forventningsrett estimator for σ^2 når $X_1, \dots, X_n$ er normalfordelte.

Det kan også vises at S^2 er forventningsrett generelt.

NB! $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ er ikke en forventningsrett!!

Husk at $f_X(x) = \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta}$ i exp.-fordeling

Fordelingen til $\hat{\beta}$ i eksponensialfordelingen.

Dersom $X_1, \dots, X_n$ u.i.f. eksponensial med forventning β estimerer vi β ved $\hat{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$.

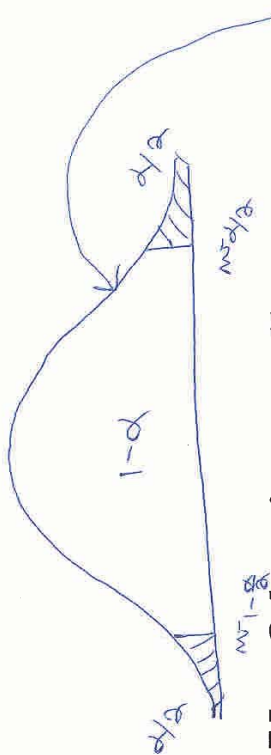
Fordelingen til denne estimatoren finne vi ved først å se på fordelingen til $2X_i/\beta$. La $Y \equiv 2X_i/\beta$. Med $X_i = \beta Y/2 = w(Y)$ og dermed $w'(Y) = \beta/2$ gir transformasjonsformelen:

$$\begin{aligned} g(y) &= f(w(y)) |w'(y)| = \frac{1}{\beta} e^{-(\beta y/2)/\beta} \frac{\beta}{2} \\ &= \frac{1}{2} e^{-y/2} \end{aligned}$$

Setter vi $\nu = 2$ i sannsynlighetstettheten til χ^2 -fordelingen ser vi at dette er en χ^2 -fordeling. (Se også øving 4, oppg. 3.)

Vi har da videre at $\sum_{i=1}^n (2X_i/\beta)$ vil være χ_{2n}^2 -fordelt (f.saml. s. 34/35), dvs:

$$\sum_{i=1}^n \frac{2X_i}{\beta} = \frac{2n}{\beta} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \frac{2n}{\beta} \hat{\beta} \sim \chi_{2n}^2$$



Konfidensintervall generelt

$X_1, \dots, X_n$ u.i.f. $f(x; \theta)$.

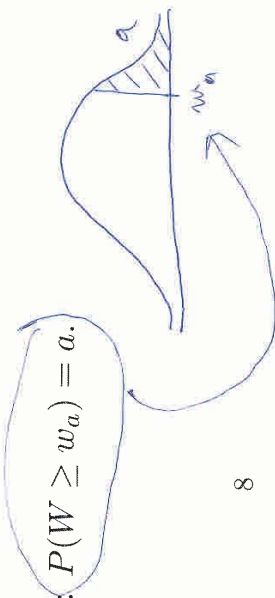
Ønsker $(1 - \alpha) 100\%$ konf. int. for θ :

1. Finn estimator for θ : $\hat{\theta}$.
 2. Finn et uttrykk $W = h(\hat{\theta}, \theta)$ som inneholder både θ og $\hat{\theta}$, og som har en kjent fordeling.
 3. Sett: $P(w_{1-\alpha/2} \leq h(\hat{\theta}, \theta) \leq w_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$.
 4. Løs ulikheten m.h.p. θ slik at man får $P(A \leq \theta \leq B) = 1 - \alpha$.
- Konfidensintervall: $[A, B]$

NB!

Punktene $w_{1-\alpha/2}$ og $w_{\alpha/2}$ kalles kvantiler og finnes i tabell.

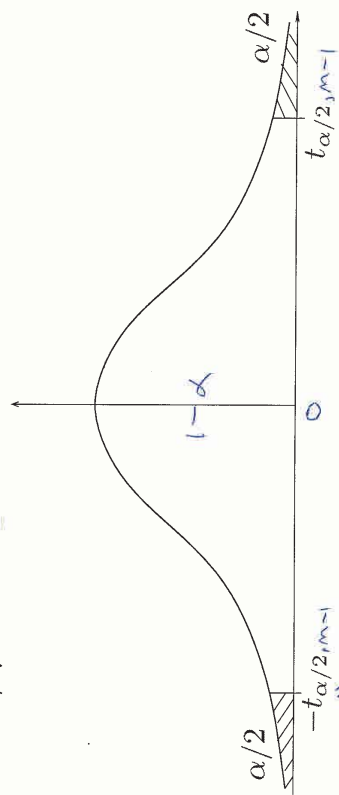
Kvantil generelt: $P(W \geq w_a) = a$.



Eksempel: Bæreevne til bærebjelker. La $X =$ "bæreevne". $X_1, \dots, X_n$ u.i.f. $N(\mu, \sigma^2)$. Både μ og σ^2 er ukjente. Konf. int. for μ :

$$\hat{\mu} = \bar{X}$$

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1} \quad \text{sidan } \sigma^2 \text{ ukjent (se side 4)}$$



$$P(-t_{\alpha/2, n-1} \leq T \leq t_{\alpha/2, n-1}) = 1 - \alpha$$

$$P(-t_{\alpha/2, n-1} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \leq t_{\alpha/2, n-1}) = 1 - \alpha$$

$$P(-t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} - \mu \leq t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha$$

$$P(\bar{X} - t_{\alpha/2, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\alpha/2, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha$$

$$P(\bar{X} - t_{\alpha/2, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + t_{\alpha/2, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha$$

1 < 4

-1 > -4

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$s = \sqrt{s^2}$$

Dvs et $(1 - \alpha)100\%$ konfidensintervall for μ (når σ^2 er ukjent) er gitt ved:

$$[\bar{X} - t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}]$$

Med de observerte dataene får vi $n = 14$,
 $\bar{x} = 5.8786$ og $s = \sqrt{0.0972} = 0.312$.

Dersom vi ønsker et 95% konf. int. setter vi
 $\alpha = 0.05$ som gir $t_{\alpha/2, n-1} = t_{0.025, 13} = 2.160$,
og 95% konf. int. for μ blir:

$$[5.8786 - 2.16 \cdot \frac{0.312}{\sqrt{14}}, 5.8786 + 2.16 \cdot \frac{0.312}{\sqrt{14}}]$$

$$= [5.70, 6.06]$$

Vi har stor tilfelle ("konfidens") her at dette
intervallet inkluderer μ .

Kvantiler i t -fordelingen

$$P(T > t_{\alpha, \nu}) = \alpha$$

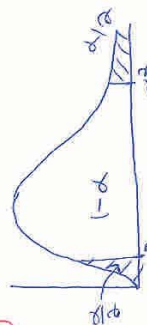
$\nu \backslash \alpha$	.150	.100	.075	.050	.025	.010	.005	.001	.0005
1	1.963	3.078	4.165	6.314	12.706	31.821	63.657	318.309	636.619
2	1.386	1.886	2.282	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	1.250	1.638	1.924	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	1.190	1.533	1.778	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.156	1.476	1.699	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.134	1.440	1.650	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.119	1.415	1.617	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.108	1.397	1.592	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.100	1.383	1.574	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.093	1.372	1.559	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.088	1.363	1.548	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.083	1.356	1.538	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.079	1.350	1.530	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.076	1.345	1.523	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.074	1.341	1.517	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.071	1.337	1.512	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.069	1.333	1.508	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.067	1.330	1.504	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.066	1.328	1.500	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.064	1.325	1.497	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	1.063	1.323	1.494	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.061	1.321	1.492	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.060	1.319	1.489	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.768
24	1.059	1.318	1.487	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.058	1.316	1.485	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.058	1.315	1.483	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	1.057	1.314	1.482	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	1.056	1.313	1.480	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	1.055	1.311	1.479	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	1.055	1.310	1.477	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
35	1.052	1.306	1.472	1.690	2.030	2.438	2.724	3.340	3.591
40	1.050	1.303	1.468	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
50	1.047	1.299	1.462	1.676	2.009	2.403	2.678	3.261	3.496
60	1.045	1.296	1.458	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
80	1.043	1.292	1.453	1.664	1.990	2.374	2.639	3.195	3.416
100	1.042	1.290	1.451	1.660	1.984	2.364	2.626	3.174	3.390
120	1.041	1.289	1.449	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
∞	1.036	1.282	1.440	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291

Konf. int. for σ^2 :

Estimator: $\hat{\sigma}^2 = S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

Teorem 8.4/f.saml. s. 27 (se side 5) gir at:

$$(n-1) \frac{S^2}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$$



$$P(\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2 \leq (n-1) \frac{S^2}{\sigma^2} \leq \chi_{\alpha/2, n-1}^2) = 1 - \alpha$$

$$P\left(\frac{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2}{(n-1)S^2} \leq \frac{1}{\sigma^2} \leq \frac{\chi_{\alpha/2, n-1}^2}{(n-1)S^2}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi_{\alpha/2, n-1}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2}\right) = 1 - \alpha$$

$$(1-\alpha) 100\% \text{ konf. int. for } \sigma^2: \left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_{\alpha/2, n-1}^2}, \frac{(n-1)S^2}{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2} \right]$$

Med $n = 14$, $(n-1)s^2 = 13 \cdot 0.0972 = 1.2636$
 og velger $\alpha = 0.05 \Rightarrow \chi_{0.025, 13}^2 = 24.736$ og
 $\chi_{0.975, 13}^2 = 5.009$, får vi 95% konf. int. for σ^2 :

$$\left[\frac{1.2636}{24.736}, \frac{1.2636}{5.009} \right] = [0.051, 0.252]$$

95% konf. int. for σ :
 $P\left(\sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi_{\alpha/2, n-1}^2}} \leq \sigma \leq \sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2}}\right) = 1 - \alpha$
 Tallene:
 $[0.226, 0.502]$

Kvantiler i χ^2 -fordelingen

$$P(\chi^2 > \chi_{\alpha, \nu}^2) = \alpha$$

$\nu \backslash \alpha$	.995	.990	.975	.950	.900	.850	.800	.750	.700	.650	.600	.550	.500	.450	.400	.350	.300	.250	.200	.150	.100	.050	.025	.010	.005
1	.000	.000	.001	.004	.010	.015	.020	.025	.030	.035	.040	.045	.050	.055	.060	.065	.070	.075	.080	.085	.090	.095	.100	.105	.110
2	.010	.005	.002	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3	.072	.052	.030	.016	.008	.004	.002	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
4	.207	.185	.159	.135	.110	.088	.072	.060	.050	.042	.035	.029	.025	.020	.016	.013	.010	.008	.006	.005	.004	.003	.002	.001	.001
5	.412	.377	.340	.305	.267	.230	.200	.175	.153	.133	.115	.100	.085	.072	.060	.050	.042	.035	.029	.025	.020	.016	.013	.010	.008
6	.676	.635	.590	.545	.490	.440	.395	.355	.320	.285	.255	.225	.200	.175	.153	.133	.115	.100	.085	.072	.060	.050	.042	.035	.029
7	.989	.940	.895	.850	.790	.740	.690	.645	.600	.555	.515	.475	.440	.405	.370	.335	.305	.275	.245	.215	.185	.155	.125	.100	.075
8	1.344	1.285	1.235	1.185	1.120	1.065	1.015	.965	.915	.865	.815	.765	.720	.675	.635	.595	.555	.515	.475	.435	.395	.355	.315	.275	.235
9	1.735	1.665	1.605	1.545	1.470	1.410	1.350	1.295	1.240	1.185	1.130	1.075	1.025	.975	.930	.885	.840	.795	.750	.705	.660	.615	.570	.525	.480
10	2.156	2.075	2.005	1.935	1.850	1.785	1.725	1.665	1.605	1.545	1.485	1.425	1.365	1.305	1.250	1.195	1.140	1.085	1.030	.975	.920	.865	.810	.755	.700
11	2.603	2.510	2.430	2.350	2.255	2.185	2.120	2.055	1.990	1.925	1.860	1.795	1.735	1.675	1.615	1.555	1.495	1.435	1.375	1.315	1.255	1.195	1.135	1.075	1.015
12	3.074	2.970	2.885	2.800	2.695	2.615	2.535	2.455	2.375	2.295	2.215	2.135	2.055	1.975	1.895	1.815	1.735	1.655	1.575	1.495	1.415	1.335	1.255	1.175	1.095
13	3.565	3.450	3.360	3.270	3.155	3.070	2.985	2.900	2.815	2.730	2.645	2.560	2.475	2.390	2.305	2.220	2.135	2.050	1.965	1.880	1.795	1.710	1.625	1.540	1.455
14	4.075	3.950	3.855	3.760	3.635	3.545	3.455	3.365	3.275	3.185	3.095	3.005	2.915	2.825	2.735	2.645	2.555	2.465	2.375	2.285	2.195	2.105	2.015	1.925	1.835
15	4.601	4.465	4.365	4.265	4.135	4.040	3.945	3.850	3.755	3.660	3.565	3.470	3.375	3.280	3.185	3.090	3.000	2.905	2.810	2.715	2.620	2.525	2.430	2.335	2.240
16	5.142	4.995	4.890	4.785	4.645	4.545	4.445	4.345	4.245	4.145	4.045	3.945	3.845	3.745	3.645	3.545	3.445	3.345	3.245	3.145	3.045	2.945	2.845	2.745	2.645
17	5.697	5.540	5.430	5.320	5.175	5.070	4.965	4.860	4.755	4.650	4.545	4.440	4.335	4.230	4.125	4.020	3.915	3.810	3.705	3.600	3.495	3.390	3.285	3.180	3.075
18	6.265	6.095	5.980	5.865	5.715	5.605	5.495	5.385	5.275	5.165	5.055	4.945	4.835	4.725	4.615	4.505	4.395	4.285	4.175	4.065	3.955	3.845	3.735	3.625	3.515
19	6.844	6.665	6.545	6.425	6.265	6.150	6.035	5.920	5.805	5.690	5.575	5.460	5.345	5.230	5.115	5.000	4.885	4.770	4.655	4.540	4.425	4.310	4.195	4.080	3.965
20	7.434	7.245	7.120	6.995	6.830	6.710	6.590	6.470	6.350	6.230	6.110	5.990	5.870	5.750	5.630	5.510	5.390	5.270	5.150	5.030	4.910	4.790	4.670	4.550	4.430
21	8.034	7.835	7.705	7.575	7.405	7.280	7.155	7.035	6.915	6.795	6.675	6.555	6.435	6.315	6.195	6.075	5.955	5.835	5.715	5.595	5.475	5.355	5.235	5.115	4.995
22	8.643	8.435	8.300	8.165	7.990	7.860	7.735	7.610	7.485	7.360	7.240	7.120	7.000	6.880	6.760	6.640	6.520	6.400	6.280	6.160	6.040	5.920	5.800	5.680	5.560
23	9.260	9.045	8.905	8.765	8.585	8.450	8.320	8.195	8.070	7.945	7.820	7.695	7.570	7.445	7.320	7.195	7.070	6.945	6.820	6.695	6.570	6.445	6.320	6.195	6.070
24	9.886	9.660	9.515	9.370	9.185	9.045	8.910	8.780	8.650	8.520	8.390	8.265	8.140	8.015	7.890	7.765	7.640	7.515	7.390	7.265	7.140	7.015	6.890	6.765	6.640
25	10.520	10.285	10.135	9.985	9.795	9.650	9.510	9.375	9.240	9.105	8.970	8.840	8.710	8.580	8.450	8.320	8.190	8.060	7.930	7.800	7.670	7.540	7.410	7.280	7.150
26	11.160	10.915	10.760	10.605	10.410	10.260	10.120	9.980	9.840	9.700	9.560	9.420	9.280	9.140	9.000	8.860	8.720	8.580	8.440	8.300	8.160	8.020	7.880	7.740	7.600
27	11.808	11.550	11.390	11.230	11.030	10.880	10.735	10.590	10.445	10.300	10.155	10.010	9.865	9.720	9.575	9.430	9.285	9.140	9.000	8.855	8.710	8.565	8.420	8.275	8.130
28	12.461	12.195	12.030	11.865	11.660	11.510	11.360	11.210	11.060	10.910	10.760	10.610	10.460	10.310	10.160	10.010	9.860	9.710	9.560	9.410	9.260	9.110	8.960	8.810	8.660
29	13.121	12.845	12.675	12.505	12.300	12.145	12.000	11.850	11.700	11.550	11.400	11.250	11.100	10.950	10.800	10.650	10.500	10.350	10.200	10.050	9.900	9.750	9.600	9.450	9.300
30	13.787	13.500	13.325	13.150	12.940	12.785	12.635	12.485	12.335	12.185	12.035	11.885	11.735	11.585	11.435	11.285	11.135	10.985	10.835	10.685	10.535	10.385	10.235	10.085	9.935
40	20.707	20.405	20.220	20.040	19.820	19.660	19.500	19.340	19.180	19.020	18.860	18.700	18.540	18.380	18.220	18.060	17.900	17.740	17.580	17.420	17.260	17.100	16.940	16.780	16.620
50	27.991	27.675	27.485	27.295	27.060	26.890	26.720	26.550	26.380	26.210	26.040	25.870	25.700	25.530	25.360	25.190	25.020	24.850	24.680	24.510	24.340	24.170	24.000	23.830	23.660
60	35.534	35.205	34.995	34.785	34.540	34.370	34.200	34.030	33.860	33.690	33.520	33.350	33.180	33.010	32.840	32.670	32.500	32.330	32.160	31.990	31.820	31.650	31.480	31.310	31.140
70	43.275	42.935	42.715	42.495	42.240	42.070	41.900	41.730	41.560	41.390	41.220	41.050	40.880	40.710	40.540	40.370	40.200	40.030	39.860	39.690	39.520	39.350	39.180	39.010	38.840
80	51.172	50.820	50.585	50.350	50.080	49.910	49.740	49.570	49.400	49.230	49.060	48.890	48.720	48.550	48.380	48.210	48.040	47.870	47.700	47.530	47.360	47.190	47.020	46.850	46.680
90	59.196	58.830	58.585	58.340	58.060	57.890	57.720	57.550	57.380	57.210	57.040	56.870	56.700	56.530	56.360	56.190	56.020	55.850	55.680	55.510	55.340	55.170	55.000	54.830	54.660
100	67.328	66.950	66.695	66.440	66.160	65.990	65.820	65.650	65.480	65.310	65.140	64.970	64.800	64.630	64.460	64.290	64.120	63.950	63.780	63.610	63.440	63.270	63.100	62.930	62.760

Eksempel: Levetid kretskort. Observerer

$T_1, \dots, T_n$ u.i.f. eksponensial med $E(T_i) = \beta$.

Konf. int. for β :

Estimator: $\hat{\beta} = \bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i$

Har tidligere vist (se side 7):



$$\frac{2n}{\beta} \hat{\beta} \sim \chi_{2n}^2$$

$$P\left(\chi_{1-\alpha/2, 2n}^2 \leq \frac{2n}{\beta} \hat{\beta} \leq \chi_{\alpha/2, 2n}^2\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(\frac{\chi_{1-\alpha/2, 2n}^2}{2n\hat{\beta}} \leq \frac{1}{\beta} \leq \frac{\chi_{\alpha/2, 2n}^2}{2n\hat{\beta}}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(\frac{2n\hat{\beta}}{\chi_{\alpha/2, 2n}^2} \leq \beta \leq \frac{2n\hat{\beta}}{\chi_{1-\alpha/2, 2n}^2}\right) = 1 - \alpha$$

Observerte data: $n = 6, \hat{\beta} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 t_i = 733$.

Velger $\alpha = 0.10 \Rightarrow \chi_{0.05, 12}^2 = 21.026$ og $\chi_{0.95, 12}^2 = 5.226$. Gir 90% konf. int. for β :

$$\left[\frac{2 \cdot 6 \cdot 733}{21.026}, \frac{2 \cdot 6 \cdot 733}{5.226} \right] = [418, 1683] \quad \square$$

E + 95% konf. int. ville vært enda bredere!

Regn ut selv!

Eksempel: Antall ulykker per år på en oljeplattform antas Poissonfordelt med forventning λ . De siste fem årene har det blitt registrert hhv 5, 8, 12, 7 og 13 ulykker. Vi ønsker ut fra dette å lage et konf. int. for λ .

Estimator: $\hat{\lambda} = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

der X_i er antall ulykker år i .

Fordeling til $\hat{\lambda}$?

Vi vet at dersom $X_1, \dots, X_n$ uavh. Poisson med parameter λ så vil $Y = \sum_{i=1}^n X_i$ være Poisson med parameter $n\lambda$ (f.saml. s. 34/35). Videre vet vi at dersom $n\lambda > 15$ så er Y tilnærmet normalfordelt (notatene til kap. 6). Dermed vil også $\hat{\lambda} = Y/n$ være tilnærmet normalfordelt (så sant $n\lambda > 15$, noe som er rimelig å anta i vårt tilfelle). Videre:

$$E(\hat{\lambda}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E(X_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda = \lambda$$

$$\text{Var}(\hat{\lambda}) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \text{Var}(X_i) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \lambda = \frac{\lambda}{n}$$

$$\Rightarrow Z = \frac{\hat{\lambda} - \lambda}{\sqrt{\lambda/n}} \approx N(0, 1)$$

$\nwarrow E(\hat{\lambda})$
 $\nwarrow \text{var}(\hat{\lambda})$

Dvs, vi finner konf. int. for λ ved å ta utgangspunkt i:

$$P(-z_{\alpha/2} \leq \frac{\hat{\lambda} - \lambda}{\sqrt{\lambda/n}} \leq z_{\alpha/2}) \approx 1 - \alpha$$

Triks: For å forenkle utregningen kan man erstatte λ i nevneren med $\hat{\lambda}$. Har fremdeles

$$\frac{\hat{\lambda} - \lambda}{\sqrt{\hat{\lambda}/n}} \approx N(0, 1)$$

og får nå:

$$P(-z_{\alpha/2} \leq \frac{\hat{\lambda} - \lambda}{\sqrt{\hat{\lambda}/n}} \leq z_{\alpha/2}) \approx 1 - \alpha$$

$\vdots$

$$P(\hat{\lambda} - z_{\alpha/2} \sqrt{\hat{\lambda}/n} \leq \lambda \leq \hat{\lambda} + z_{\alpha/2} \sqrt{\hat{\lambda}/n}) \approx 1 - \alpha$$

Dvs tilnærmet $(1 - \alpha)100\%$ konf. int. for λ blir:

$$\left[\hat{\lambda} - z_{\alpha/2} \sqrt{\hat{\lambda}/n}, \hat{\lambda} + z_{\alpha/2} \sqrt{\hat{\lambda}/n} \right]$$

Med våre data blir $n = 5$ og $\hat{\lambda} = \frac{1}{5}(5 + 8 + 12 + 7 + 13) = 9$. Velger vi $\alpha = 0.05$ blir $z_{0.025} = 1.96$ slik at et tilnærmet 95% konf. int. for λ blir:

$$[9 - 1.96\sqrt{9/5}, 9 + 1.96\sqrt{9/5}] = \underline{\underline{[6.4, 11.6]}}$$

(Uten å bruke forenklingen $\lambda \approx \hat{\lambda}$ i nevneren blir intervallet: $[6.7, 12.0]$) $\square$