



Universitetet
i Stavanger

DET TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

EKSAMEN I: BIT350 Statistisk fysikk **DATO:** 29. november 2011

TID FOR EKSAMEN: kl. 08.30-11.30 (3 timer)

TILLATTE HJELPEMIDDEL: Bestemt, enkel kalkulator (kode C)
Valgfri standard formelsamling

**OPPGAVESETTET BESTÅR AV 3 OPPGAVER PÅ 3 SIDER,
INKL. DENNE FORSIDA**

MERKNADER: —

OPPGITT:

$$\beta = \frac{1}{kT}, \quad R = N_A k, \quad N = n N_A, \quad N_A = \text{Avogadros tall}$$

$$\hbar = 1.055 \times 10^{-34} \text{ J s}, \quad k = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}, \quad I_{\text{CO}} = 1.3 \times 10^{-46} \text{ kg m}^2$$

$$Z = \sum_r e^{-\beta E_r} = \sum_{E_r} g(E_r) e^{-\beta E_r}, \quad \bar{\epsilon}_{\text{rot}} = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z_{\text{rot}}, \quad C_V = \left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial T} \right)_V$$

$$\mathcal{Z} = \sum_{Nr} e^{\beta(\mu N - E_{Nr})}, \quad \bar{N} = -\frac{\partial \Omega}{\partial \mu}, \quad \Omega = -kT \ln \mathcal{Z}$$

Oppgave 1

I en diatomisk gass har molekylene rotasjonsenerginivåer

$$\epsilon_r = \frac{\hbar^2}{2I} r(r+1), \quad r = 0, 1, 2, \dots$$

hvor energinivået ϵ_r er $(2r+1)$ -foldig degenerert, og I er et treghetsmoment for molekylet.

a) Vis at bidraget Z_{rot} pr. molekyl til partisjonsfunksjonen for indre frihetsgrader blir lik

$$Z_{\text{rot}} = \sum_{r=0}^{\infty} (2r+1) e^{-\frac{\beta \hbar^2}{2I} r(r+1)}$$

b) I lavtemperaturgrensen $\beta \gg \hbar^2/2I$ er det naturlig å anta at alt unntatt de to første leddene i summen kan neglisjeres. Vis at midlere rotasjonsenergi $\bar{\epsilon}_{\text{rot}}$ pr. molekyl i denne grensen blir

$$\bar{\epsilon}_{\text{rot}} = 3 \frac{\hbar^2}{I} e^{-\frac{\beta \hbar^2}{I}}$$

c) Vis at for en gass med N molekyler blir det molare bidraget C_V/n til varmekapasiteten i denne grensen lik

$$\frac{C_{\text{rot}}}{n} = 3R \left(\frac{\hbar^2}{IkT} \right)^2 e^{-\hbar^2/IkT}$$

d) Siste faktor i punkt c) kan skrives som $e^{-2\Theta_{\text{rot}}/T}$. Regn ut verdien av $\Theta_{\text{rot}} = \hbar^2/2Ik$, parameteren som skiller mellom lav- og høytemperaturgrensene, for karbonmonoksid ($I = I_{\text{CO}}$).

Oppgave 2

En halvleder inneholder n donornivåer. Hvert av dem kan være tomt, eller fylt med høyst ett elektron som kan ha spinn enten opp eller ned. Et elektron i et donornivå har energi $-\epsilon_0$, ellers 0. Hvert donornivå er tomt eller fylt *uavhengig* av tilstanden i de andre donornivåene. Det totale antallet av elektroner i donornivåene varierer altså.

a) Vis at hvis $n = 1$, så ville bidraget til den store partisjonsfunksjonen $\mathcal{Z}$ for dette ene donornivået være gitt som:

$$1 + 2e^{\beta(\mu + \epsilon_0)}$$

b) Forklar hvorfor $\mathcal{Z}$ for systemet av alle de n donornivåene da blir:

$$\mathcal{Z}(T, V, \mu) = (1 + 2e^{\beta(\mu + \epsilon_0)})^n$$

c) Bruk uttrykket for $\overline{N}$ til å finne n_d , midlere antall elektroner inneholdt i de n donornivåene.

Oppgave 3

Svar kort men fyldestgjørende:

- a) Beskriv hva som menes med begrepene makrotilstand og mikrotilstand, og på hvilken måte de er relatert via begrepet statistisk vekt..
- b) Ved termodynamisk likevekt har S et maksimum. Hvordan er det med F ved likevekt?
- c) Hva sier termodynamikkens 3. lov?
- d) Forklar faktorene i denne likninga, som uttrykker sannsynligheten for at et molekyl i en gass med N molekyler har impuls med absoluttverdi i området $(p, p + dp)$:

$$P(p)dp = \frac{1}{N} f(p) \bar{n}(p) dp$$

- e) Er hastighetsfordelingen til molekylerne i en perfekt gass avhengig av indre krefter i molekylerne? Og hvorfor?
- f) Hva kalles størrelsen som μ blir lik ved $T = 0$ i elektrongassen i et metall, og hva representerer den for disse fermionene?

– God jul –