



Universitetet
i Stavanger

DET TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

EKSAMEN I: BIT350 Statistisk fysikk **DATO:** 30. november 2009

TID FOR EKSAMEN: kl. 09-13 (4 timer)

TILLATTE HJELPEMIDDEL: Bestemt, enkel kalkulator (kode C)
Valgfri standard formelsamling

**OPPGAVESETTET BESTÅR AV 3 OPPGAVER PÅ 2 SIDER,
INKL. DENNE FORSIDA**

MERKNADER: —

OPPGITT:

$$\begin{aligned}\beta &= \frac{1}{kT}, & R &= N_A k, & N_A &= \text{Avogadros tall} \\ C_V &= \left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial T} \right)_V, & \bar{\epsilon}_{\text{rot}} &= -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z_{\text{rot}} \\ \mathcal{Z} &= \sum_{N_r} e^{\beta(\mu N - E_{N_r})}, & p_{N_r} &= \frac{1}{\mathcal{Z}} e^{\beta(\mu N - E_{N_r})}, & \bar{f} &\stackrel{\text{def}}{=} \sum_{N_r} f_{N_r} p_{N_r} \\ \bar{N} &= -\frac{\partial \Omega}{\partial \mu}, & \Omega &= -kT \ln \mathcal{Z}\end{aligned}$$

Oppgave 1

Det multiplikative rotasjonsbidraget til partisjonsfunksjonen for ett molekyl i en diatomisk gass, går i høytemperaturgrensen $kT/(\hbar^2/2I) \gg 1$ mot (der I = treghetsmomentet):

$$Z_{\text{rot}} = \frac{2I}{\beta \hbar^2}$$

a) Finn midlere rotasjonsenergi $\bar{\epsilon}_{\text{rot}}$ pr. molekyl i høytemperaturgrensen. (Hvor mange frihetsgrader tilsvarer dette resultatet?)

b) Finn rotasjonsbidraget C_{rot} til den molare varmekapasiteten C_V i høytemperaturgrensen.

c) For karbonmonoksid (CO) ved værelsestemperatur er $kT/(\hbar^2/2I)$ av størrelsesorden 10^3 . Hva er da gassens molare C_V , hvis translasjonsbidraget er lik $3R/2$, og vibrasjon ikke eksiterer?

Oppgave 2

Svar kort men fyldestgjørende:

a) Beskriv hva som menes med begrepene makrotilstand og mikrotilstand.

b) Forklar begrepet statistisk vekt.

c) Ved termodynamisk likevekt har S et maksimum. Hvordan er det med F og G ved likevekt?

d) Hva sier termodynamikkens 3. lov?

e) Hva representerer " f " som inngår i utledningen av Maxwells hastighetsfordeling i en gass?

f) Hva kalles størrelsen som μ blir lik ved $T = 0$ i elektrongassen i et metall, og hva representerer den?

g) Gi den fysiske begrunnelsen for denne likninga, som uttrykker antall elektroner $dN(\epsilon)$ i en elektrongass med energi i intervallet fra ϵ til $\epsilon + d\epsilon$:

$$dN(\epsilon) = \bar{n}(\epsilon)f(\epsilon)d\epsilon$$

Oppgave 3

En halvleder inneholder n donornivåer. Hvert av dem kan være tomt, eller fylt med høyst ett elektron som kan ha spinn enten opp eller ned. Et elektron i et donornivå har energi $-\epsilon_0$, ellers 0. Hvert donornivå er tomt eller fylt *uavhengig* av tilstanden i de andre donornivåene. Det totale antallet av elektroner i donornivåene varierer altså.

a) Bevis det generelle uttrykket $\bar{N} = -\partial\Omega/\partial\mu$ oppgitt på forsiden av oppgavesettet, på bakgrunn av det generelle definisjonsuttrykket for $\mathcal{Z}$.

b) Vis at hvis $n = 1$, så ville bidraget til den store partisjonsfunksjonen $\mathcal{Z}$ for dette ene donornivået være gitt som:

$$1 + 2e^{\beta(\mu + \epsilon_0)}$$

c) Forklar hvorfor $\mathcal{Z}$ for systemet av alle de n donornivåene da blir:

$$\mathcal{Z}(T, V, \mu) = \left(1 + 2e^{\beta(\mu + \epsilon_0)}\right)^n$$

d) Bruk uttrykket for $\bar{N}$ til å finne n_d , midlere antall elektroner inneholdt i de n donornivåene.

– God jul –