

**DET TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET**

**EKSAMEN I:** BIT260 Fluidmekanikk      **DATO:** 15. mai 2007

**TID FOR EKSAMEN:** kl. 09-13 (4 timer)

**TILLATTE HJELPEMIDDEL:** Bestemt, enkel kalkulator (kode C)  
Ei valgfri standard formelsamling

**OPPGÅVESETTET ER PÅ 5 OPPGÅVER PÅ 5 SIDER,  
INKL. DENNE FORSIDA OG EIT KURVEBLAD**

**MERKNADER:** —

**OPPGJEVE:**

Tabellverdiar:

$$g = 9.80665 \text{ m/s}^2 \quad \rho_{\text{vatn}} = 998.2 \text{ kg/m}^3 \quad \rho_{\text{luft}} = 1.205 \text{ kg/m}^3 \quad \nu_{\text{vatn}} = 1.003 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\nu_{\text{luft}} = 1.50 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \quad (\text{verdiar ved } 20^\circ\text{C og } 1 \text{ atm})$$

Formeluttrykk:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \approx \mu \frac{\Delta u}{\Delta y} \quad O_{\text{sylinder}} = 2\pi r L \quad P = \Gamma \omega$$

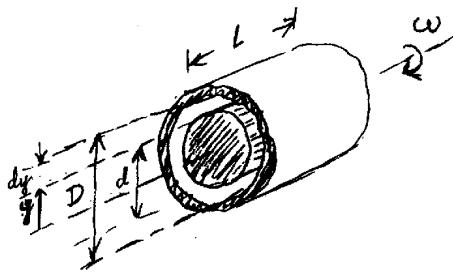
$$\Sigma \mathbf{F} = \Sigma(\rho Q \mathbf{V})_{\text{ut}} - \Sigma(\rho Q \mathbf{V})_{\text{inn}}$$

$$Q = \frac{\pi}{4} D^2 V \quad h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad \text{Re} = \frac{V D}{\nu} \quad \nu = \frac{\mu}{\rho}$$

$$\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad \mathbf{u} = -\nabla \phi \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad \boldsymbol{\xi} = \nabla \times \mathbf{u}$$

$$(\nabla \times \mathbf{u})_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \quad (\nabla \times \mathbf{u})_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \quad (\nabla \times \mathbf{u})_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

## Oppgåve 1



Figuren syner opplagringa av ein aksling med diameter  $d = 2r$  i eit lager med indre diameter  $D = 2R$  og lengde  $L$ . Klaringa mellom akslingen og lageret antar vi er den same heile vegen rundt, og er mykje mindre enn akslingsdiametren. Lageret er fylt av ei smøreolje med viskositet  $\mu$ . Akslingen roterer med vinkelrekvensen  $\omega = 2\pi f$ . Snøgggleiksifferansen mellom overflatene på grunn av rotasjonen er  $r\omega$ . Oppgjevne talverdiar:

$$r = 4 \text{ cm} \quad R = 4.015 \text{ cm} \quad L = 11.81 \text{ cm}$$

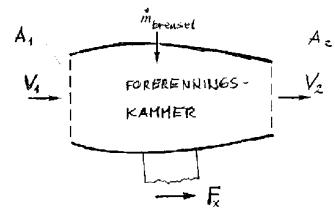
$$f = 2 \text{ s}^{-1} \quad \mu = 0.12 \text{ Ns/m}^2$$

- a) Syn at skjærspenninga ved akslingen blir  $\tau \approx \mu r\omega / (R - r)$ . (Syn rekninga!)
- b) Grei ut kvifor det totale viskøse dreiemomentet blir  $\Gamma = \mu \frac{r\omega}{R - r} 2\pi r^2 L$ .
- c) Rekn ut  $P$ , energitapet pr. tidseining på grunn av viskositeten, med benemning W (watt). (Syn rekninga!)

## Oppgåve 2

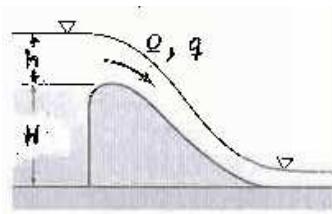
Figuren syner ein turbojetmotor sett frå flyet den er festa til. Den tar inn luft vassbeint ved standardatmosfærtrykk og  $20^\circ\text{C}$  ved venstre tverrsnitt, der arealet er  $A_1$ , og snøgggleiken  $V_1$  har storleik lik flyets snøgggleik. Forholdet mellom massestraumratene for brensel og innstrøyande luft er  $R$ . Eksosen går ut av høgre tverrsnitt med snøgggleik  $V_2$ , framleis med standardatmosfærtrykk anteke.  $F_x$  er den vassbeine krafta frå flyet på grunn av fastspenninga av motoren, som balanserer motorens skyvkraft. Oppgjevne talverdiar:

$$A_1 = 0.0407 \text{ m}^2 \quad V_1 = 280 \text{ m/s} \quad V_2 = 550.15 \text{ m/s} \quad R = 1 : 26$$



- a) Rekn ut vektstraumraten  $(\rho g Q)_{\text{brensel}}$  for flybensinen.
- b) Rekn ut eksosens massestraumrate  $(\rho Q)_{\text{ut}}$ .
- c) Rekn ut storleiken av  $F_x$ .

### Oppgåve 3



Ein seksjon av ein modell med høgde  $H_m$  av et damoverløp er plassert i ei renne i eit laboratorium, der vasshøgda over demninga er  $h_m$ , og breidden av modellseksjonen er  $b_m$ . Modellforholdet er  $\lambda = H_m/H_p$ , men breidden  $b_m$  av modellseksjonen har ikkje samme forhold til breidden  $b_p$  av prototypen. Volumstraumraten over demninga i modellen er  $Q_m$ , og pr. breiddeeining  $q = Q/b$ . Talverdiar til bruk i punkt c):

$$b_m = 32 \text{ cm} \quad Q_m = 25.6 \text{ l/s} \quad \lambda = 1/16 \quad b_p = 390.65 \text{ m}$$

$\Pi$ -teoremet gjev ein funksjonssamanhang  $\Phi(\Pi_1, \Pi_2) = 0$  mellom 2 dimensjonslause grupper

$$\Pi_1 = \frac{gh^3}{q^2}, \quad \Pi_2 = \frac{h}{H}$$

a) Syn (*ta med rekninga!*) at volumstraumraten pr. breiddeeining, både for modellen og prototypen, er dermed gjeven ved (der  $\Phi_1$  er ein funksjon som må bestemast ved eksperiment)

$$q = \sqrt{gh^{3/2}} \Phi_1\left(\frac{h}{H}\right)$$

b) Ved dynamisk similaritet er  $\Pi_{1,p} = \Pi_{1,m}$  og  $\Pi_{2,p} = \Pi_{2,m}$ .<sup>1</sup> Syn at det medfører (*ta med rekninga!*) at

$$\frac{q_p}{q_m} = \lambda^{-3/2}$$

c) Rekn ut  $q_p$  og  $Q_p$  for prototypen.

### Oppgåve 4

Eit røyr av støypejarn med lengde  $L$ , diameter  $D$  og ruleik  $\epsilon$  skal føre vatn med kinematisk viskositet  $\nu_{vatn}$  ved  $20^\circ\text{C}$ , med volumstraumrate  $Q$ . Headtapet  $h_f$  på grunn av friksjon er kjent. I denne oppgaven skal ein finne naudsynt røyrdiameter  $D$  når alle dei andre storleikane er kjent, dvs. et “type-3” problem med iterasjon. Oppgjeve:

$$L = 60.93 \text{ m} \quad \epsilon_{st,jern} = 0.25 \text{ mm} \quad Q = 196.9 \text{ l/s} \quad h_f = 4.0 \text{ m}$$

(forts. neste side)

---

<sup>1</sup>Dette gir like Froudetal, liksom i tilsvarende løysing i oppgåvesamlinga, men det treng du ikkje tenke på i denne oppgåva!

- a) Finn taluttrykkene for  $\epsilon/D$ ,  $V$  og  $Re$  uttrykt ved  $D$ , når SI-talverdiar er sett inn for de andre storleikane.
- b) Finn taluttrykket for  $D = D(f)$  når SI-talverdiar er sett inn, på formen  $D = \text{konstant} \times f^{1/5}$ .
- c) Finn verdien av  $f$  ved å iterera  $D = D(f)$  og  $Re = Re(D)$  sammen med Moody-diagrammet, inntil  $f$  ikkje forandrer seg. *Vis rekninga!* (Velg f. eks.  $f_{\text{start}} = 0.02$ , “midt i” Moody-diagrammet.)
- d) Kva verdi fann du for minste røyrdiameter  $D$ ?

### Oppgåve 5

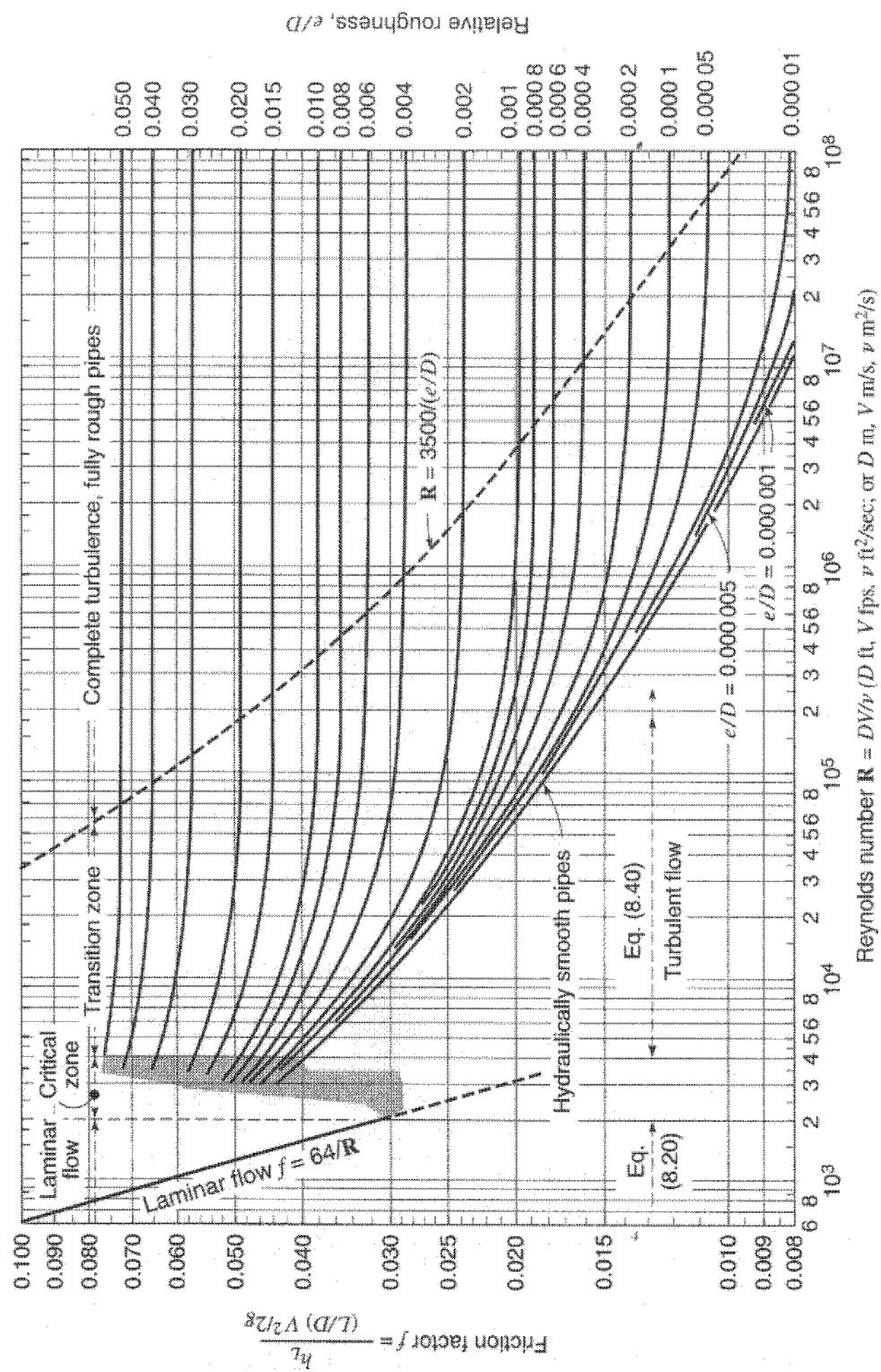
Ei inkompressibel væske strøymer med eit snøgggleikspotensial gjeve i kartesiske koordinater som

$$\phi = -\frac{1}{2}a(x^2 + y^2 - 2z^2) \quad (a > 0)$$

- a) Finn snøgggleikskomponentane  $u$ ,  $v$  og  $w$ .
- b) Oppfyller snøgggleikene kontinuitetslikninga? (*Grunnjev svaret ved rekning!*)
- c) Er straumen kvervlingsfri? (*Begrunn svaret ved regning!*) Korleis kunne du ha forutsett resultatet?

På grunn av at  $v/u = y/x$  og  $\sqrt{u^2 + v^2} \propto \sqrt{x^2 + y^2}$  er det rotasjonssymmetri kring  $z$ -aksen, og i det følgjande er det difor tilstrekkeleg å se på straummen i  $xz$ -planet:

- d) Straumlinene i  $xz$ -planet oppfyller likninga  $dx/u = dz/w$ . Integrer likninga og finn et uttrykk for straumlinekurvane i  $xz$ -planet, uttrykt ved ein generell integrasjonskonstant.
- e) Teikn ein skisse av straumlinene i  $xz$ -planet for  $z > 0$ , med pilretninger sett på. Kva kan det fulle 3D straumfeltet for eksempel representere?



- God sumar -