Universitetet i Stavanger

DET TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

EKSAMEN I: BIT260 Fluidmekanikk **DATO:** 15. mai 2006

TID FOR EKSAMEN: kl. 09-13 (4 timer)

TILLATTE HJELPEMIDDEL: Kalkulator, ei valgfri standard formelsamling

OPPGÅVESETTET ER PÅ 5 OPPGÅVER PÅ 5 SIDER,
INKL. DENNE FORSIDA OG EIT KURVEBLAD

MERKNADER: —

OPPGJEVE:

Tabellverdiar:

$g = 9.807\ \mathrm{m/s^2}$

$\rho_{\text{vatn}} = 998\ \mathrm{kg/m^3}$ $\quad \nu_{\text{vatn}} = 1.003 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}$ $\quad (20\ ^{\mathrm{o}}\mathrm{C},\ 1\ \mathrm{atm})$

Formeluttrykk:

$F_h = \rho g h_c A \qquad h_p = h_c + \dfrac{I_c}{h_c A} \qquad I_c = \dfrac{1}{12} b h^3$ (rektangel)

$V_{\text{sylinder}} = \pi R^2 h \qquad F_v =$ overliggjande væsketyngde

$\Sigma \boldsymbol{F} = \rho Q(\boldsymbol{V}_{\text{ut}} - \boldsymbol{V}_{\text{inn}}) \qquad \Sigma A_{\text{inn}} V_{\text{inn}} = \Sigma A_{\text{ut}} V_{\text{ut}} \qquad p_{\text{gauge}} = p_{\text{abs}} - p_{\text{atm}}$

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_P = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L \qquad p_2 - p_1 = -\rho g(z_2 - z_1)$$

$\mathrm{Fr} = \dfrac{V}{\sqrt{gL}} \qquad \dim(\mu) = \{ML^{-1}T^{-1}\} \qquad \dim(\sigma) = \{MT^{-2}\} \qquad \mathrm{Re} = \dfrac{VD}{\nu} \qquad \nu = \dfrac{\mu}{\rho}$

$\mathrm{Wb} = \dfrac{V}{\sqrt{\sigma/\rho D}}$

$$\Gamma = \oint_L \boldsymbol{u}\cdot d\boldsymbol{L} \qquad \nabla\cdot\boldsymbol{u} = \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_t}{\partial \theta} \qquad (\nabla\times\boldsymbol{u})_z = \frac{\partial v_t}{\partial r} + \frac{v_t}{r} - \frac{1}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \theta}$$

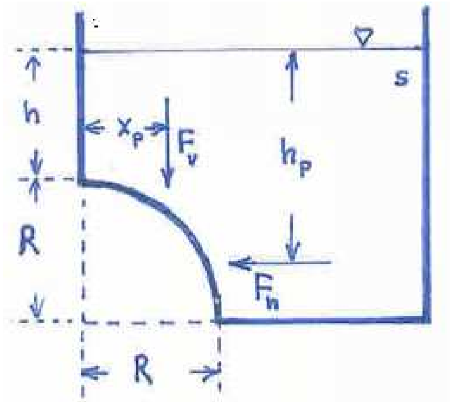
$$\boldsymbol{\xi} = \nabla\times\boldsymbol{u} \qquad \oint_L \boldsymbol{u}\cdot d\boldsymbol{L} = \int_A \boldsymbol{\xi}\cdot d\boldsymbol{A} \quad \text{(Stokes)}$$

$$h_f = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

Oppgåve 1

Ein tank, vist i snitt i figuren, inneheld ei olje med spesifikk tettleik s og temperatur 20 $^{\mathrm{o}}$C. Ein del av botnen er ei kvartsylinderflate med radius R. Oljehøgda over kvartsylinderens høgste kant er h. Sylinderlengden (dvs. tankbreidda loddrett på papirplanet) er b. Oljas resultantkraft mot kvartsylinderflata er $\boldsymbol{F}$. Talverdiar:

$h = 1.0\,\mathrm{m}$ $\quad R = 1.0\,\mathrm{m}$ $\quad b = 2.0\,\mathrm{m}$ $\quad s = 0.841$

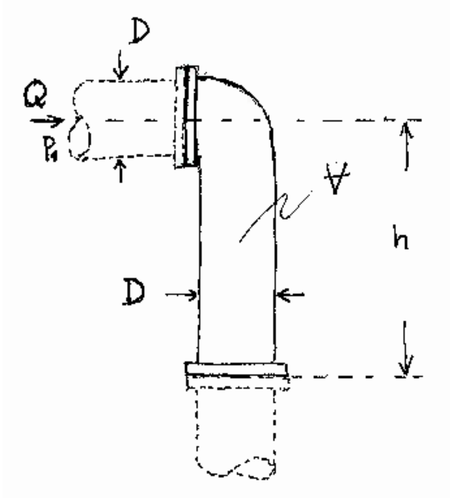


a) Rekn ut F_h, horisontalkomponenten av $\boldsymbol{F}$, samt h_p, dybden til F_h's åtakspunkt.
b) Rekn ut F_v, vertikalkomponenten av $\boldsymbol{F}$.
c) Grunngje at kreftene mot sylinderflata har 0 totalt dreiemoment kring sylinderaksen.
d) Rekn ut x_p, avstanden frå veggen til F_v's åtakspunkt. (Bruk resultatet fra førre punkt.)

Oppgåve 2

Eit vertikalt røyrkne er festa med flensar til eit horisontalt røyr med ein innkommande volumstraumrate Q av vatn, og til eit vertikalt utlaupande røyr. Indre diameter i kneet og røyra er overalt konstant og lik D. Gaugetrykket i røyret rett før kneinnlaupet er p_{1g}. Vertikal avstand mellom senterlinja i det horisontale røyret og flensen ved kneutlaupet er h. Flensen på innlaupssida av kneet er sveist kant i kant på den vertikale knedelen, slik at indre knevolum med god approksimasjon kan skrivast som $\forall = (\pi/4)D^2h$. Vatnet i kneet verkar på kneet med ei kraft $\boldsymbol{F}$. Vi antar ideell straum utan energitap. Talverdiar:

$D = 10$ cm $\quad h = 40.9$ cm $\quad \forall = 3.212$ liter
$Q = 30$ l/s $\quad p_{1g} = 10.903$ kPa



a) Rekn ut F_h, horisontalkomponenten av $\boldsymbol{F}$.
b) Rekn ut trykkauken $p_{2\mathrm{g}} - p_{1\mathrm{g}}$, der $p_{2\mathrm{g}}$ står for gaugetrykket i kneet ved nedre flens.
c) Rekn ut F_v, vertikalkomponenten av $\boldsymbol{F}$. (*Tips:* Uttrykket for $\forall$ gjer rekninga enklare.)

Oppgåve 3

Eit skip med lengde L_p skal gå med snøggleik V_p. Ein modell av skipet som vert testa, har lengde L_m. Talverdiar:

$L_p = 170$ m $\qquad$ $V_p = 40.65$ km/h $\qquad$ $L_m = 3.0$ m

a) Rekn ut snøggleiken V_m som modellen må slepast med for å få dynamisk similaritet.
b) Rekn ut verdien av Froudetallet ved dynamisk similaritet.

Ei luftboble stig opp gjennom vatnet i testtanken (så langt unna modellen at den ikkje vert påverka). Vi ynskjer å finne eit uttrykk for boblestigesnøggleiken V, som antas å avhenge av vasstettleiken ρ, vassviskositeten μ, luftboblediameteren D og overflatespenninga σ. Π-teoremet gjev ein relasjon $\Phi(\Pi_1, \Pi_2) = 0$ for dynamikken, der Π_1 og Π_2 er dimensjonslause kombinasjonar av dei fysiske storleikane. Vi har funne $\Pi_1 = 1/\text{Re}$, den andre er gjeven av

$$\Pi_2 = V^a D^b \rho^c \sigma$$

c) Utlei at $\Pi_2 = 1/(\text{Wb})^2$, der $\text{Wb} = V/\sqrt{\sigma/\rho D}$ er Webertalet, ved å finne eksponentane a, b og c slik at Π_2 blir dimensjonslaust. *(Syn detaljane i rekninga!)*

d) Skriv ned eit uttrykk for V som funksjon av dei andre fysiske storleikane i Wb samt av ein ukjend funksjon av Re.

Oppgåve 4

Ei inkompressibel væske roterar som ein 2D straum om ein akse, og vi veit at straumsnøggleiken er reint tangensiell og berre ein funksjon av avstanden r frå rotasjonsaksen:

$$v_r = 0\,, \qquad v_t = f(r) \qquad\qquad (r = \sqrt{x^2 + y^2}\,, \quad \boldsymbol{r} = (x, y))$$

a) Rekn ut sirkulasjonen Γ rundt ein sirkelbane med sentrum i origo. Kva form må $f(r)$ ha om rotasjonen skal vere virvlingsfri for $r > 0$, ut frå Stokes' sats?

I resten av oppgåva skal vi sjå på spesialtilfellet $f(r) = K/r$, med $K > 0$ ein konstant.

b) Er kontinuitetskravet for straumen oppfylt? *(Grunngje svaret!)*
c) Sjekk om snøggleikspotensialet ϕ eksisterer. (*Grunngje svaret!* Men ϕ skal *ikkje* finnast.)
d) Teikn straumliner, med pilretningar sett på.

Sjå deretter på dette snøggleiksfeltet $\boldsymbol{u} = (u, v)$ i kartesiske koordinatar: $u = -K\dfrac{y}{r^2}$, $v = K\dfrac{x}{r^2}$.

e) Syn at det svarar akkurat til feltet $\boldsymbol{u} = (v_r, v_t)$ ovanfor. (*Tips:* Sjå mellom anna på skalarproduktet $\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{r}$.)

Oppgåve 5

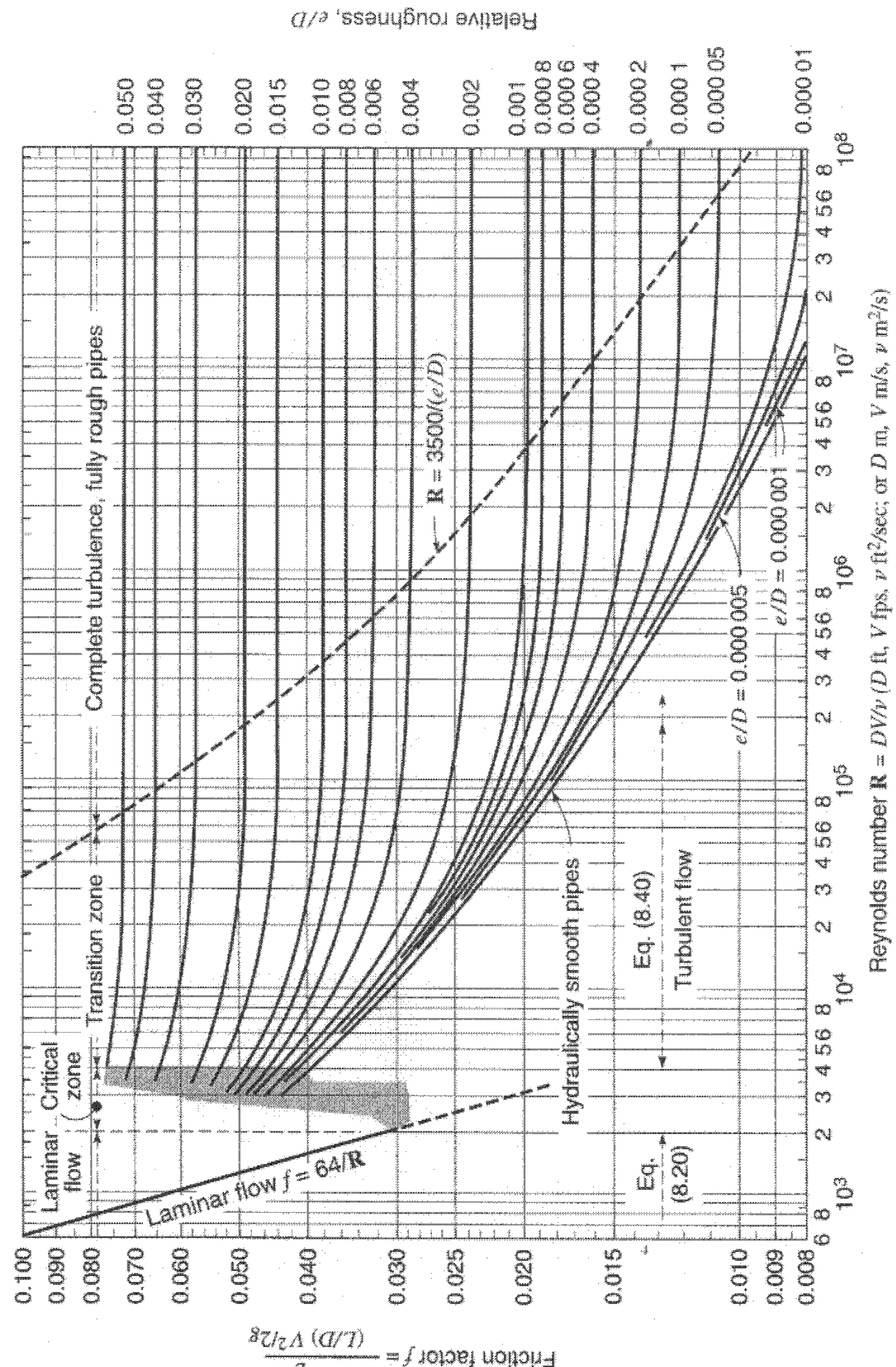
Ei røyrleidning med lengde L og diameter D og kjend verdi for friksjonstapsgradienten h_f/L, fører ein vasstraum med volumetrisk straumrate Q ved 20 °C. Vi skal anta at straumen i røyret kan approksimerast som hydraulisk glatt ($e \approx 0$). Talverdiar:

$L = 250\,\mathrm{m}$ $\qquad D = 500\,\mathrm{mm}$ $\qquad h_f = 1.5\,\mathrm{m}$

a) Finn $V = V(f)$, formelsamanhengen mellom straumsnøggleik og friksjonsfaktor i røyret når SI-talverdiar er sett inn for dei andre storleikane. Finn ut frå det formelsammenhengen $\mathrm{Re} = \mathrm{Re}(f)$, igjen med talverdiane for de andre storleikane sett inn.

b) Finn verdien av f ved å iterera $\mathrm{Re} = \mathrm{Re}(f)$, eller ekvivalent $V = V(f)$, saman med Moody-diagrammet. *Syn rekninga!* (Velg t. eks. $f_{\text{start}} = 0.01$ som ein passande startverdi.)

c) Rekn ut volumstraumraten Q.


Relative roughness, e/D
Friction factor $f = \frac{h_L}{(L/D)\,V^2/2g}$
Reynolds number $\mathbf{R} = DV/\nu$ (D ft, V fps, ν ft²/sec; or D m, V m/s, ν m²/s)
Laminar flow
Critical zone
Transition zone
Complete turbulence, fully rough pipes
$\mathbf{R} = 3500/(e/D)$
Laminar flow $f = 64/\mathbf{R}$
Hydraulically smooth pipes
Eq. (8.20)
Eq. (8.40)
Turbulent flow
$e/D = 0.000\,005$
$e/D = 0.000\,001$
0.050
0.040
0.030
0.020
0.015
0.010
0.008
0.006
0.004
0.002
0.001
0.000 8
0.000 6
0.000 4
0.000 2
0.000 1
0.000 05
0.000 01
0.100
0.090
0.080
0.070
0.060
0.050
0.040
0.030
0.025
0.020
0.015
0.010
0.009
0.008
10^3
10^4
10^5
10^6
10^7
10^8

– God sumar –