

5: ENERGITAP OG FRIKSJONSFAKTOR VED RØRSTRØM



1 Hensikt

Å måle trykktapet over et rør med gitt lengde som funksjon av strømhastigheten i røret, for å bestemme friksjonsfaktoren. Å sammenlikne målt friksjonsfaktor med teoretisk resultat for laminær strøm og med resultat på parameterform for turbulent strøm.

2 Apparatur

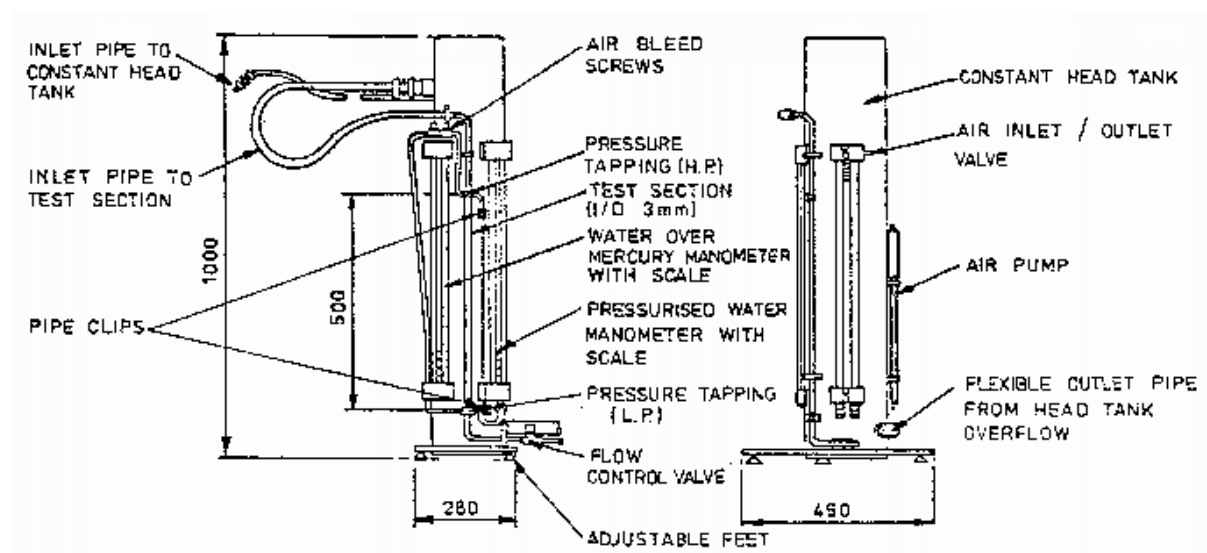
Bildet på denne sida og figuren på neste side viser et apparat med en søyle hvor det er spent fast et tynt metallrør som det kan pumpes vann gjennom, ovenfra og ned. Det er vist trykkuttakspunkter oppe og nede, hvor vannslanger fører til to manometre i parallell som kan måle trykkfallet over

rørlengden mellom uttakene: Et til venstre hvor det måles i mm Hg (for store strømrater), et annet til høyre som er et vannmanometer (for små strømrater).

Vannmanometeret har luft over vannsøylene, og de to greinene står i forbindelse med hverandre på toppen. En trykkluftdyse kan brukes til å presse inn luft over vannsøylene.¹ Hvis trykkfallet blir for stort (på grunn av for stor strømrater), vil vannsøylene bli blåst over toppen, og det gir en snikstrøm gjennom manometeret i parallell med metallrøret. Ved store strømrater der bare Hg-manometeret skal brukes, stenger vi derfor for vannmanometeret med 2 ventiler, vist i blått nede på høyre side av søylen.

Det andre manometeret erstatter et Hg-manometer som tidligere sto fastmontert på venstre side av søylen. Det er derfor tradisjon for å referere til det som "Hg-manometeret", selv om det ikke lenger er kvikksølv til stede.²

På grunn av de sammenhengende vannsøylene vil den statiske trykkdifferansen bli subtrahert ut ved målingene. Begge manometrene viser direkte den delen av trykkfallet over rørlengden som skyldes viskøst energitap: Ved 0 strøm måler man derfor 0 trykkdifferanse.



Volumstrømraten reguleres med metallventilen ("flow control valve") som står på røret nede på høyre side av søylen. Den måles ved å ta tida som trengs for å fylle et gitt volum vann i en målesylinder. OBS: Det er viktig at enden på utløpsslangen er i samme høyde under hele forsøket. Ellers blir trykkavlesningene unøyaktige, særlig når vannmanometeret brukes ved de små strømratene.

Det er viktig å få ut alle luftboblene i vannmanometeret og i alle slangene til manometrene, for å få nøyaktige avlesninger. For vannmanometeret gjøres det ved å åpne de blå ventilene og la vannstrømmen "skylle ut" luftboblene, og etterpå presse luft inn igjen på toppen. For Hg-manometeret kan det gjøres ved å "blø av" luftbobler i slangene med de to skruene ved manometeret.

¹ En svartekunst, tilkall assistent!

² Altså ingen forgiftningsrisiko.

3 Teori

Som nevnt i forelesningene og i teoridelen til oppgaven med kavitasjon, innfører man et tapsledd h_L (tapshead) i energiligningen. Dette gir den mekaniske energien pr. vektenhet som går tapt som varme på grunn av friksjonen (viskositeten) når en fluid strømmer. I Kapittel 8 i læreboka brukes dimensjonsanalyse til å vise at tapshead kan uttrykkes ved rør- og strømparametrene samt en friksjonsfaktor f , som er en funksjon av Reynoldstallet Re :

$$h_L = f \frac{L}{d} \frac{V^2}{2g}, \quad f = f(Re), \quad Re = \frac{\rho V d}{\mu}$$

Det finnes to typer strøm, en velordnet hvor fluiden strømmer lagvis (laminært), og en uordnet og fluktuerende (turbulent). Verdien av Reynoldstallet avgjør hvilken strømtypen man har i en gitt strøm. Grovt sett: For et sylindrisk rør finner overgangen mellom strømtypene sted ved en kritisk verdi $Re_{krit} \approx 2300$.³ For laminær strøm i et sylindrisk rør er f gitt ved en eksakt løsning av Navier-Stokes-likningen, se læreboka. For turbulent strøm må nøye seg med parametriseringer på grunnlag av målte data:⁴

$$\begin{aligned} f_{lam} &= \frac{64}{Re} && (\text{teori; } Re < Re_{krit}) \\ f_{trb} &\approx \frac{0.316}{Re^{1/4}} && (\text{empirisk, Blasius; } Re > Re_{krit}) \end{aligned}$$

I denne labøvingen skal vi finne målte verdier av friksjonsfaktoren, og sammenlikne med f_{lam} og f_{trb} for å finne anvendeligheten av disse.

Siden h_L arter seg som et trykkheadtap i den aktuelle apparaturen, ser vi at dette trykktapet bør avhenge på forskjellig vis av strømhastigheten ved laminær og turbulent strøm:

$$h_L \propto V^n, \quad n = \begin{cases} 1 & (\text{laminær strøm}) \\ 1.75 & (\text{turbulent strøm}) \end{cases}$$

I forsøksoppstillingen i denne øvingen finnes målt tapshead $h_L^{\text{målt}}$ direkte fra målt trykkheadtap, uttrykt ved manometeravlesningene h som er høydedifferanser:

$$h_L^{\text{målt}} = \begin{cases} h & (h \text{ avlest fra vannmanometeret}) \\ s_{Hg} h & (h \text{ avlest fra Hg-manometeret}) \end{cases}$$

Størrelsene som inngår, er:

f	(Moody's) friksjonsfaktor
L	rørlengde
d	indre rørdiameter
V	midlere strømhastighet
Re	Reynoldstall
μ	dynamisk viskositet for vann
s_{Hg}	kvikksølvs spesifikke tetthet
h	høydedifferanse avlest på manometer
ρ	vannets tetthet
g	tyngdeakselerasjonen

³Strengt tatt har man en overgangssone fra ca. 2000 til ca. 4000, og verdien $Re_{krit} \approx 2000$ finnes også angitt, for eksempel i den nåværende læreboka som brukes i faget. Egentlig er det enda mer ved saken, se for eksempel kompendiet *Fluidmekanikk for millioner: Fluiders matematiske fysikk*, forfatter Jan Finjord. Det brukes i et videregående kurs i fluidmekanikk, og er å få kjøpt på Invivo.

⁴Funksjonsformen som velges for turbulent strøm er en ren kurvetilpasning uten teoretisk begrunnelse, den brukes fordi den er enkel og for mange formål ansett som "nøyaktig nok" for $Re < 100000$. Den såkalte "Panhandle-faktoren" fra petroleumsteknologien er av liknende type. Som vist i læreboka og i det nevnte kompendiet, finnes det mer velbegrunnede uttrykk utledet av Prandtl og von Kármán som innebærer logaritmer.

Aktuelle verdier:

d	=	3 mm	
L	=	0.5 m	
μ	=	$\begin{cases} 1.14 \times 10^{-3} \text{ N s/m}^2 & (15 \text{ }^\circ\text{C}) \\ 1.00 \times 10^{-3} \text{ N s/m}^2 & (20 \text{ }^\circ\text{C}) \\ 0.89 \times 10^{-3} \text{ N s/m}^2 & (25 \text{ }^\circ\text{C}) \\ 0.80 \times 10^{-3} \text{ N s/m}^2 & (30 \text{ }^\circ\text{C}) \end{cases}$	
s_{Hg}	=	13.56	
ρ	=	998 kg/m ³	
g	=	9.80665 m/s ²	

4 Utførelse og målinger

Åpne ventilene på vannmanometeret. Start pumpa i testbenken. Åpne ventilen ved vannutløpet fra apparaturen på fullt, la vannet skylle ut all luften, og steng så de blå ventilene på vannmanometeret.⁵ “Blø av” Hg-manometeret hvis nødvendig på grunn av luftbobler i slangene. Steng ventilen ved utløpet, og sjekk at Hg-manometeret viser så noenlunde 0. Videre prosedyre med Hg-manometeret (det er viktig at vannmanometeret er helt avstengt):

- Åpne utløpsventilen nok til at Hg-manometeret stabiliserer seg på ca. 220 mm trykkdifferanse. Mål tida for fylling av for eksempel 500 ml vann i målekolben. Før inn trykkdifferanse, volum og tid i tabellen lenger bak.
- Velg 4-5 logaritmisk jevnt fordelte trykkverdier, inkludert maksimalverdien, ned til 35 mm Hg.⁶ (Eksempel på sett av logaritmisk omtrent jevnt fordelte verdier: 220, 140, 90, 55, 35 mm Hg.) Mål tid og fyllt volum for alle disse trykkdifferansene. Før inn trykkdifferansene med tilhørende volumer og tider i tabellen lenger bak.⁷

Videre prosedyre med avlesning med både Hg-manometer og vannmanometer, for å sjekke at de to manometrene gir konsistente resultater:

- Steng av for vannstrømmen. Åpne begge de blå ventilene. Press inn luft⁸ i toppen av vannmanometeret slik at omtrent den øverste halvdel av hver vannkolonne er fylt med luft. Åpne utløpsventilen FORSIKTIG inntil Hg-avlesningen når omtrent 30 mm, men ikke så mye at noen luftspyle i vannmanometeret blir skylt over toppen.
- For omtrent 30 og 20 mm Hg: Noter felles høydeavlesninger fra BEGGE manometrene i tabellen neste side, sammen med tilhørende avlesninger av volumer og tider.

Ved 20 mm Hg er vannhøydedifferansen av størrelsesorden 260-270 mm. Hg-manometeret skal nå ikke brukes til flere avlesninger. Videre prosedyre med avlesning med bare vannmanometeret:

- Velg 7-8 logaritmisk jevnt fordelte verdier av vannhøydedifferanse fra 260-270 mm og ned mot 5 mm, med en ekstra opphopning for små differanser der laminær strøm opptrer. (Eksempel: 260, 120, 55, 25, 15, 10, 7, 5 mm.)
- Mål fyllingsvolum og tid for hver vannhøydedifferanse, og noter dem i tabellen sammen med vannhøydedifferansene. (SLÅ DERETTER AV PUMPA STRAKS!)

⁵ Dette er ikke nødvendig hvis det allerede er passe mye luft i vannmanometeret og ikke luft i slangene. La i så fall være å åpne ventilene på vannmanometeret!

⁶ Verdier fordelt slik vil fordele seg *visuelt jevnt* i et dobbellogaritmisk diagram.

⁷ Etter hvert som strømraten blir lavere, bør man senke fyllingsvolumene for å unngå svært lange fyllingstider.

⁸ Såfremt den ikke allerede er til stede, se ovenfor.

Mål til slutt vanntemperaturen. Noter den på neste side, over tabellen. Noter også der om dere brukte apparatur nr. 1 eller apparatur nr. 2.

5 Beregninger og rapportskriving

Finn først verdien av μ ut fra avlest vanntemperatur og oppgitte verdier øverst forrige side. Beregn ut fra det V_{krit} , den verdien av midlere strømhastighet i røret som gir $\text{Re} = \text{Re}_{\text{krit}} = 2300$. Finn også de to hastighetene V_{nedre} og $V_{\text{øvre}}$ som tilsvarer Reynoldstallene 2000 og 4000. Noter de tre verdiene under tabellen neste side.

For hver h_{Hg} - og $h_{\text{H}_2\text{O}}$ -verdi i tabellen neste side, beregn det følgende, og før inn i tabellen:

- Beregn $h_L^{\text{målt}}$, Q , V , $(L/d)(V^2/2g)$ og Re . (For de to ratene der både h_{Hg} og $h_{\text{H}_2\text{O}}$ ble målt, bruk middelverdien av h_L -verdiene fra de to manometrene når $h_L^{\text{målt}}$ skal finnes.)
- Beregn *målte* verdier $f_{\text{målt}}$ av f , ved å dividere verdiene for h_L med verdiene for $(L/d)(V^2/2g)$.
- Beregn *teoretiske* verdier f_{teor} for f som funksjon av Re . Bruk f_{lam} eller f_{trb} alt ettersom Re som tilsvarer V , er over eller under Re_{krit} .

Plott deretter $h_L^{\text{målt}} = h_L^{\text{målt}}(V)^9$ og $f_{\text{målt}} = f_{\text{målt}}(\text{Re})$, og plott dem i hvert sitt av de to vedlagte dobbellogaritmiske kurvebladene:

- For $h_L^{\text{målt}}$, trekk IKKE en kurve gjennom målepunktene. Prøv derimot å tilpasse dem med EN rett linje for $V < V_{\text{nedre}}$, og EN ANNEN rett linje for $V > V_{\text{øvre}}$.
- For $f_{\text{målt}}$, trekk IKKE en kurve gjennom målepunktene. Plott derimot (i tillegg til de målte punktene) f_{teor} , og trekk EN rett linje gjennom f_{teor} -punktene med $\text{Re} < \text{Re}_{\text{krit}}$, og EN ANNEN rett linje gjennom f_{teor} -punktene med $\text{Re} > \text{Re}_{\text{krit}}$.¹⁰

Deretter skal du finne *målte* verdier av eksponenten n i $h_L \propto V^n$ for laminær og turbulent strøm, ut fra stigningstallene til de to rette linjene i plottet av $h_L^{\text{målt}}$. Se notatet “Bruk av dobbellogaritmisk diagram”, i denne laboppgavesamlingen eller via lenken på nettsida for laboppgavetekster! Noter de to verdiene, n_{lam} og n_{trb} , nederst på sida med tabellen over måleresultater.

Skriv til slutt rapport som inneholder:

- Måleresultater (gjerne som tabellkopier)
- Beregnede verdier (gjerne som tabellkopier)
- Kurvebladene for h_L og f
- Kommentarer:
 - Overensstemmelse mellom teoretiske og målte verdier for n 'ene?
 - Godheten av uttrykkene for f , for laminær og turbulent strøm, ut fra målingene?
 - Samsvar mellom verdiene $h_L^{\text{målt}}$ fra Hg-manometeret og vannmanometeret, for de (få) strømratene der samtidige avlesninger ble gjort?
 - Samsvar mellom beregnet verdi av V_{krit} og plasseringen av overgangsområdet man ser i h_L -plottet?
 - Feilkilder: Vibrasjoner, $\dots$, flere?

⁹Det er den *målte* verdien av h_L som skal plottes her, og ikke den man beregner ut fra formelen for h_L !

¹⁰Tenk over hvorfor det skal bli rette linjer, se notatet om bruk av dobbellogaritmisk diagram. Det forenkler i høy grad plottingen av f_{teor} !

Vanntemperatur: _____ °C

[illegible]

$$V_{\text{øvre}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m/s}$$

Målte eksponentverdier:

$$\left\{ \begin{array}{l} n_{\text{lam}} \approx \underline{\hspace{2cm}} \\ n_{\text{trb}} \approx \underline{\hspace{2cm}} \end{array} \right.$$

