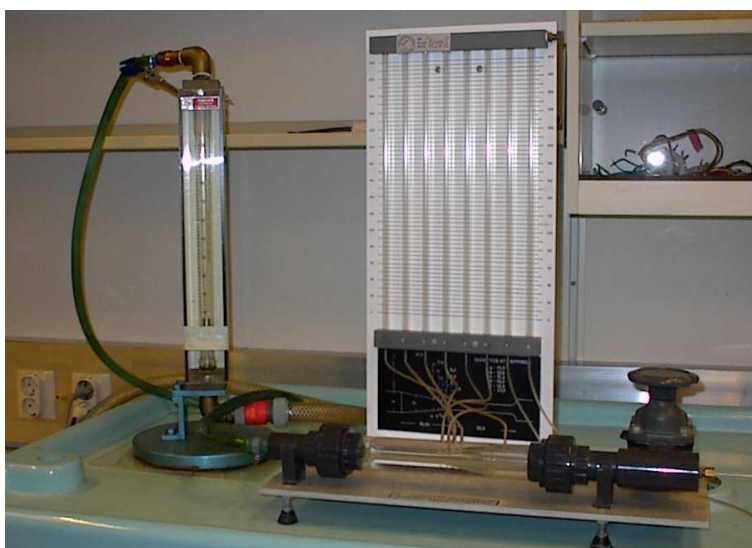


2: BERNOULLIS LIKNING



1 Hensikt

Å undersøke sammenhengen mellom strømhastighet og trykk i væskestrøm gjennom et rør med varierende tverrsnitt, og sammenlikne resultatene med Bernoullis likning.

2 Apparat

På en testbenk er oppstilt et horisontalt rør som det kan pumpes vann gjennom med regulerbar strømråde. Røret har en konisk innsnevring der man kan måle trykket på 6 steder (a,b,c,d,e,f) via slanger til piezometerrør, som skissert på figuren neste side.¹ Røret kan vendes i innspenningen slik at strømmen kan gå begge veier. Vi snakker om konvergerende strøm hvis den går i retning av mindre diameter i den delen av røret der trykkene måles, og omvendt divergerende. Det er også mulig å lese av total head på et vilkårlig sted langs røraksen, med en hul nål festet med slange til et 7ende vertikalt rør; den kan skyves inn aksialt og virker derfor som et pitotrør. For å vende røret og måle på motsatt type strøm, løsner man unionene i begge ender, og passer på at det ikke blir strekk i slangene under vendingen.

Manometerrørene har åpning på toppen mot et felles ventileringskammer. Dette er avstengt med en ventil mot atmosfæren. Det kan derfor være overtrykk over vannsøylene i kolonnene, slik at trykket i det koniske røret kan være høyere enn vannhøyden angir. Dette tilsvarer at man leser av piezometrisk head med et justerbart nullpunkt for høydenivået.

¹I en av de to apparaturene utvider røret seg igjen på den andre siden av innsnevringen. I definisjonen av konvergerende og divergerende refererer vi der til den koniske delen av røret der de fleste målepunktene står.

3 Teori

Bernoullis likning er fluiddynamikkens analogi til dynamikkens $T + V = \text{konstant}$. Den sier at summen av bevegelsesenergi, trykkenergi og høydeenergi er den samme på alle steder langs en strømlinje i en stasjonær strøm av en ideell fluid. Ved å inkludere et tapsledd (som vi skal se bort fra her) og generaliseringer som midlere hastighet V , gjelder den også med god nøyaktighet som energilikning for den turbulente strømmen i et rør.

Det er nyttig for anskueligheten å uttrykke alle energibidragene som energi pr. vektenhet av fluiden (vi skal spesialisere til antatt inkompressibel væske). Denne størrelsen har dimensjon lengde og kalles head. Dette blir for eksempel for trykket en ekvivalent væskehøyde, som gir et anskuelig uttrykk for størrelsen – i vann vil 1 atmosfære tilsvare omtrent 10 m vannsøyle. Vi lar indekser 1 og 2 betegne to forskjellige tverrsnitt i strømmen i røret. Bernoullis likning på “head”-form lyder da:

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

Vi antar felles høydenivå, hydrostatisk trykkfordeling² og massebevarelse:

$$z_1 = z_2$$

$$p = \rho gh$$

$$Q_1 = Q_2, \quad Q = \frac{\pi}{4} d^2 V$$

Størrelsen $V^2/2g$ kalles ofte dynamisk head. Hvis vi definerer total head H som summen av dynamisk og piezometrisk head,

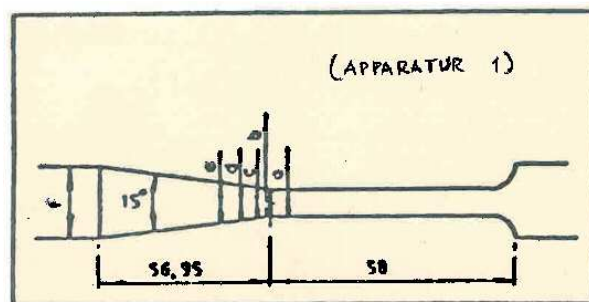
$$H = \frac{V^2}{2g} + h$$

så sier Bernoullis likning for denne apparaturen at total head er den samme i alle strømtverrsnitt:

$$H_1 = H_2$$

I denne oppgaven skal vi måle sammenhørende verdier av Q og h for å beregne H på flere steder i strømmen, i den hensikt å sjekke holdbarheten av Bernoullis likning.

Den hule nåla som skyves langs aksen med åpning mot strømretningen vil i prinsippet måle total head direkte, på samme måte som et pitotrør. For divergerende strøm skal vi også sammenlikne slike direkte H -målinger med verdiene som beregnes fra Bernoullis likning.



Vi minner om størrelsene som inngår:

²Her er brukt en “redefinisjon” av gaugetrykk: Vi definerer vanntrykket som overtrykk i forhold til trykket i det felles ventileringskammeret, ikke i forhold til fri atmosfære.

p	statisk trykk målt med piezometerkolonne
h	tilsvarende trykkhead
z	høydenivå
V	midlere strømhastighet
d	lokal rørdiameter
Q	volumetrisk strømrte
ρ	vanntetthet (998 kg/m^3)
g	tyngdeakselerasjonen (9.80665 m/s^2)

4 Utførelse og målinger

Volumstrømraten måles med rotameter, i prosent av en maksimalverdi gitt som

$$100 \% \quad \Rightarrow \quad 694 \text{ liter/time}$$

Prosentavlesningen skjer ved den midtre brede kransen på flottøren i rotameteret (ikke ved toppen eller bunnen av den).

Følgende måleprosedyre skal utføres for både konvergerende og divergerende strøm. Bruk gjerne tabellene i oppgaveteksten til notering av målingene:

- Trekk totaltrykksnåla ut av den koniske delen av røret, men ikke så langt at spissen kommer ut av føringen man kan se. Start pumpa, og åpne for vannstrømmen med hjulet på vannventilen³ til høyre for Bernoullirøret. La vannet stige opp i manometerlørene, men slik at ingen flommer over (hev nivåene ved slippe ut luft mens pumpa går, senk dem ved å stoppe pumpa og slippe inn luft ved ventilen i ventileringskammeret). Reguler volumstrømrate og luftmengde slik at man får størst mulig avlesbar forskjell mellom største og minste manometerstand. Behold disse innstillingene.
- Noter prosentavlesningen på rotameteret samt høydenivåene h fra piezometerkolonnene koplet til a – f. (Bruk gjerne tabellene neste side.)
- Spesielt for divergerende strøm, etter h -avlesningene: Mål total head $H_{\text{målt}}$ ved at nåla skyves inn til målepunktene f–a etter tur, og noter avlesningen i alle punktene i tabellen. (For konvergerende strøm ville nåla forstyrre strømmen for mye i den trange delen av røret.)

Stopp pumpa før røret vendes. Forsiktig med slangene og nåla under vendingen!⁴

For å beregne strømhastigheter må vi kjenne diametrene på de aktuelle stedene i strømmen:

Målepunkt	d , app. 1 (mm)	d , app. 2 (mm)	Strømareal A , app. 1 (m^2)	Strømareal A , app. 2 (m^2)
a	10.0	25.0	0.785×10^{-4}	4.909×10^{-4}
b	10.6	13.9	0.882×10^{-4}	1.517×10^{-4}
c	11.3	11.8	1.003×10^{-4}	1.094×10^{-4}
d	12.4	10.7	1.208×10^{-4}	0.899×10^{-4}
e	14.6	10.0	1.674×10^{-4}	0.785×10^{-4}
f	25.0	25.0	4.909×10^{-4}	4.909×10^{-4}

Diametrene er ikke de samme i de to parallelle apparaturene, og punktene a – f er dessuten avmerket i forskjellig rekkefølge! Diametrene står også trykt på hver av apparaturene (se bort fra tallbetegnelse 1–6 på kolonnene i apparatur 1). Pass på å notere hvilken apparatur dere bruker.

³Ingen andre vannventiler skal brukes i denne oppgaven.

⁴Når røret skal vendes, trekkes først nåla forsiktig ut, men ikke ut av føringen – man må fremdeles kunne se spissen.

Konvergerende strøm:

Volumstrømrateprosenten fra rotameteret: _____ %

Måle- punkt	h (mm)	V (m/s)	$V^2/2g$ (m)	H_{beregnet} (m)
a				
b				
c				
d				
e				
f				

Divergerende strøm:

Volumstrømrateprosenten fra rotameteret: _____ %

Måle- punkt	h (mm)	V (m/s)	$V^2/2g$ (m)	H_{beregnet} (m)	$H_{\text{målt}}$ (m)
a					
b					
c					
d					
e					
f					

5 Beregninger og rapportskriving

Beregn først strømtverrsnittarealene ved de forskjellige målepunktene, for den apparaturen dere bruker. Før gjerne disse A -verdiene inn i tabellen som angir diametrene.

For begge strømretninger og alle faste avlesningspunkter skal man deretter:

- Beregne V , $V^2/2g$ og $H = V^2/2g + h$ (før inn i ovenstående tabeller)
- Lage stolpediagram⁵ for H (gjern i vedlagte kurvebladkopier)
- (For divergerende strøm:) Plotte også $H_{\text{målt}}$ i stolpediagrammet

Skriv til slutt rapport som inneholder:

- Måleresultater (gjern som tabellkopier)
- Beregninger (gjern som tabellkopier)
- Ovennevnte stolpediagram
- Korte kommentarer om samsvaret mellom teori og målte resultater, samt om eventuelle feilkilder

⁵Hvis dette ser ut som en bratt "trapp" mot høyre eller venstre, har man garantert regnet feil, og bør rette opp regningene før rapporten leveres!

