Løsning oppgave 1.16

for spesialtilfellet $\beta = 1$, på samme måte som for Bohr-atomet.
Selv om krafta er rettet mot negative r, dvs. mot sentrum, skal vi liksom i lærebokа se ~~stort~~ på det fortegnet, og har da

$$F = \nabla V$$

$$kr = \frac{\partial V}{\partial r}$$

$$V = \int_0^r \frac{\partial V}{\partial s} ds = \int_0^r ks\,ds = \frac{1}{2}kr^2$$

Her har vi altså valgt nullpunktet for potensiell energi for $r = 0$, i motsetning til $\beta = -2$ (Coulombtilfellet) der potensiell energi går mot 0 for $r \to \infty$.
Det nye kraftuttrykket skal nå balansere treghetskrafta pga. sentripetalakselerasjonen:

$$kr = \frac{mv^2}{r}$$

$$kmr^4 = m^2v^2r^2 = (n\hbar)^2, \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

$$\boxed{r^2 = \frac{\hbar}{\sqrt{km}}\, n}$$

$$v^2 = \frac{n^2\hbar^2}{m^2r^2}$$

$$\boxed{v^2 = \hbar\sqrt{\frac{k}{m^3}}\, n}$$

Bohrs kvantiseringsregel ble brukt liksom for Coulomb-tilfellet i hydrogenatomet.
Med

$$E_n = E_n^{kin} + E_n^{pot}$$

har vi

$$E_n^{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\hbar\sqrt{\frac{k}{m}}\, n$$

$$E_n^{pot} = \frac{1}{2}kr^2 = \frac{1}{2}\hbar\sqrt{\frac{k}{m}}\, n$$

og

$$\boxed{E_n = \hbar\sqrt{\frac{k}{m}}\, n} \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

I dette potensialet ligger energinivåene fordelt med like store mellomrom.

Med en eksakt kvantemekanisk beregning ville vi funnet et tilsvarende uttrykk som gjelder for $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$, men med et nullpunktsbidrag for $n = 0$.

På første halvdel av 1970-tallet ble en harmonisk oscillator-modell brukt til en første approksimativ beregning av elementærpartiklers masser, som eksiterte tilstander av tre-kvark- og kvark-antikvark-systemer!