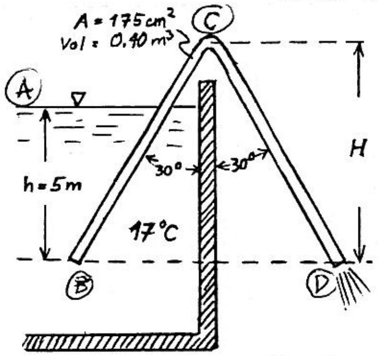
OPPGÅVE 2 / 1989 (modifisert)



Ein tank er fylt med ei ideell og inkompressibel væske med samme tettleik og damptrykk som vatn, og temperatur 20°C. Den skal tømmast med ein hevert, som vist på figuren. Begge beina til heverten er like lange og med same skråvinkel, 30°. Det indre tverrsnittet til heverten er 175 cm² overalt, og det indre volumet til den er 0.40 m³.

a) Kor stor kan nivåforskjellen H maksimalt vera, utan kavitasjon? Bruk $p_{atm} = 101.325$ kPa, $p_{damp} = 2.34$ kPa (vatn).

b) Finn storleiken av den vassbeine krafta F_h som den strøymande væska inni heverten verkar på heverten med.

c) Finn storleiken av den loddbeine krafta F_v som væska inni heverten verkar på heverten med når den strøymer, for væskehøgda h vist på figuren. (Sjå bort frå oppdrift i væska, og bruk gaugetrykk.)

Løysing

a)

Først en hjelperegning: Bernoulli mellom punktene B og D gir

$$\cancel{\frac{V_B^2}{2g}} + \frac{p_B}{\rho g} + 0 = \cancel{\frac{V_D^2}{2g}} + \frac{p_D}{\rho g} + 0 \quad \text{(kons.)}$$

⇒ $p_B = p_D$ = atmosfæretrykket, akkurat i innløpet ved B! Kavitasjon eller ikke bestemmes altså av statisk trykkforskjell mellom punkt B/D og C:

$$\cancel{\frac{V_B^2}{2g}} + \frac{p_B}{\rho g} + 0 = \cancel{\frac{V_C^2}{2g}} + \frac{p_C}{\rho g} + H \quad \text{(kons.)}$$

$$H = \frac{p_B - p_C}{\rho g}$$

$$H_{maks} = \frac{p_{atm} - (p_C)_{min}}{\rho g} = \frac{p_{atm} - p_{damp}}{\rho g} = \frac{(101.3 - 2.3)\times 10^3}{998.2 \times 9.807}\ \text{m} = \underline{\underline{10.11\ \text{m}}}$$

b)

Legg en horisontal x-akse mot høyre. Vi trenger da å finne horisontal-komponenter av impuls- og trykkrefter, men pga. geometrien trenger vi ikke å beregne strømhastigheta V_D:

$$\left(\sum \vec{F}\right)_x = p_{atm} A \sin 30^\circ - p_{atm} A \sin 30^\circ + (-F_h)$$
$$= \rho Q (\Delta \vec{V})_x$$
$$= \rho Q (V_D \sin 30^\circ - V_D \sin 30^\circ)$$
$$= 0$$

Pga. konstant areal er $V_B = V_C = V_D$!

dvs. pga. det konstante strømtverrsnittet er

$$\underline{\underline{F_h = 0}}$$

c)

Legg z-aksen oppover, og hvis F_v virker på heverten så $(-F_v)$ definert positiv oppover på vannet.

Bernoulli A → D:

$$\cancel{\frac{V_A^2}{2g}}_{\approx 0} + \cancel{\frac{p_A}{\rho g}} + h = \frac{V_D^2}{2g} + \cancel{\frac{p_D}{\rho g}} + 0 \quad \text{(kons.)}$$

$$V_D = \sqrt{2gh} \quad \text{(Torricellis lov!)}$$

⇒ $V_D = 9.90$ m/s

Når impulssatsen brukes bør vi ta gaugetrykk for ellers må vi logisk sett ta med atmosfæretrykket overalt rundt hele heverten.

Med $Q = AV_D$:

$$\left(\sum \vec{F}\right)_z = -F_v - (\text{vol}) \times \rho g + 2A \overbrace{\boxed{p_{atm,gauge}}}^{=0!} \cos 30^\circ$$
$$= \rho Q (\Delta \vec{V})_z$$
$$= \rho Q \big(\underbrace{(-V_D \cos 30^\circ)}_{\text{(utløp)}} - \underbrace{V_D \cos 30^\circ}_{\text{(innløp)}} \big)$$

$$F_v = \underbrace{2\rho Q V_D \cos}_{4\rho g A h} 30^\circ - (\text{vol})\rho g$$
$$= \rho g (4Ah \cos 30^\circ - (\text{vol}))$$
$$= 998.2 \times 9.80665 (4 \times 0.0175 \times 5 \times 0.86603 - 0.40)\ \text{N}$$
$$= (2.967 - 3.916)\ \text{kN} = \underline{-0.949\ \text{kN}}$$

Strømmen fører til at krafta nedover i alle fall er mindre enn tyngden av vannet inni heverten.