

8.11 HASTIGHETSPROFIL I TURBULENT STRØM

Prandtl antok videre at for turbulent strøm, nær vegg i et rør, er

$$l = Ky$$

$K \approx 0.40$, universell konstant
(best. eksperimentelt eller numerisk)

Utafor subjektet er:

$$\tau \approx \tau_0 = \rho l^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 = \rho K^2 y^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2$$

$$du = \frac{1}{K} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \frac{dy}{y} = \frac{u_*}{K} \frac{dy}{y}$$

$\Rightarrow$ integrert:

$$u = 2.5 u_* \ln y + C$$

$$\boxed{\frac{u_{\max} - u}{u_*} = 2.5 \ln \frac{r_0}{y}} \quad (\text{Rør})$$

de figure
forrige
avsnitt

Dette uttrykket har vist seg å gjelde svært bra nesten helt til rørløsen, utfor det viskøse grensesjiktet. (på ingeniørspåke!)

Med Briggske logaritmer (husk at $\ln x = \ln(10^{\log_{10} x}) = \log_{10} x \cdot \ln 10$):

$$u = u_{\max} - 2.5 u_* \ln \frac{r_0}{r_0 - r} = u_{\max} - 2.5 u_* \log_{10} \frac{r_0}{r_0 - r}$$

I overgangssonen, der både turbulent og viskøs skjærspenning er av betydning:

$$\frac{u}{u_*} = 2.5 \ln \frac{y u_*}{\nu} + 5.0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Påvist eksperimentelt} \end{array} \right.$$

Middelhastighet og volumstrømrute:

Brak

$$Q = \int_A u dA = 2\pi \int_0^{r_0} u r dr$$

og få:

$$V = u_{\max} - 2.5 u_* \left[\ln r_0 - \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} r \ln(r_0 - r) dr \right]$$

Sammen med $u_* = V \sqrt{\frac{f}{8}}$ gir dette:

$$V = u_{\max} - \frac{3}{2} \times 2.5 u_* = u_{\max} - 1.326 V \sqrt{f}$$

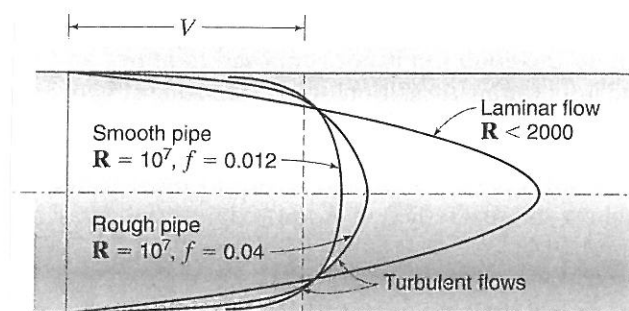
og

$$\boxed{\frac{V}{u_{\max}} = \frac{1}{1 + 1.326 \sqrt{f}}}$$

Rør faktoren

Eliminer $u_{\max}$ mellom denne og likninga midt på forrige side, eliminer så u_* ved hjelp av $u_* = V \sqrt{\frac{f}{8}}$, og få til slutt:

$$\boxed{u = (1 + 1.326 \sqrt{f}) V - 2.04 \sqrt{f} V \log_{10} \frac{r_0}{r_0 - r}}$$



Integralene for α - og β -faktoren kan nå beregnes, og gir:

$$\alpha = 1 + 2.7 f$$

$$\beta = 1 + 0.98 f$$

*) Et endelig integral over en ufysisk, og uendelig integrand fås ved veggen, og midt i røret et integral over en ufysisk "spiss". Men dette gir små avvik, relativt sett.