

8.10 VISKØST SUBSJIKT I TURBULENT STRØM

Store $Re \Rightarrow$ neglisjerbart friksjonsledd i N-S-likningen
Men uor en rørrøgg må friksjonen bli viktig, uansett
strømmens Reynolds tall!

Antagelsesbetingelser, turbulent strøm, i rør:

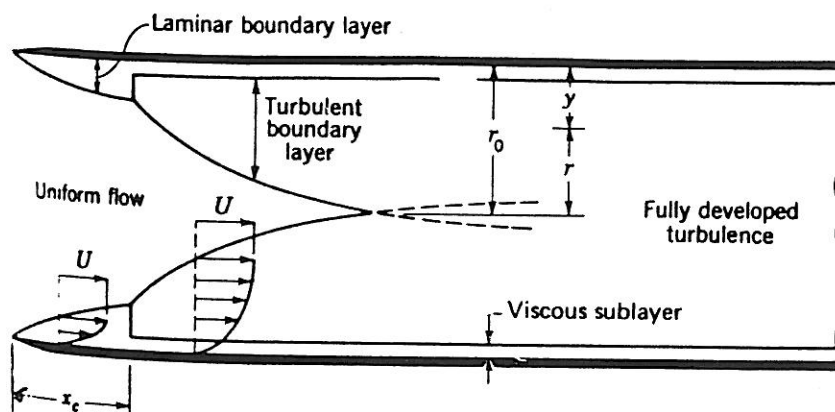


Figure 8.7 Development of boundary layer in a pipe (scales much distorted).

Det voksende laminære grensesjiktet blir ustabilt
og danner turbulent grensesjikt, som vokser og
etablerer full rørstrøm. (etter ca. 50 rørdiameterer)
Overgang ved
(til turb. sj.) $Re_x = \frac{Vx}{\nu} \sim 500\,000$

En laminær rest - et viskøst grensesjikt - blir
tilbake. Tykkelse noen få hundre deler millimeter.

Grunn for dette kan man danne en hastighetsbeak:
"naturlig"

$$u_x = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$$

skjærspennings- / DIMENSJON:
hastigheten / hastighet

Grunn for subsjiktet kan hastighetsprofilen vanskelig
skilles fra en rett linje:

0/0

Eliminer

$$\frac{\tau_0}{\eta} \Rightarrow$$

$$\tau_0 = \eta \frac{u}{y}$$

$$\frac{\eta u}{y} = u_*^2$$

$$\boxed{\frac{u}{u_*} = \frac{y u_*}{\nu}}$$

$$\frac{\tau_0}{\eta} = u_*^2$$

$$\frac{\tau_0}{\eta} = \eta \frac{u}{y}$$

(8.25)

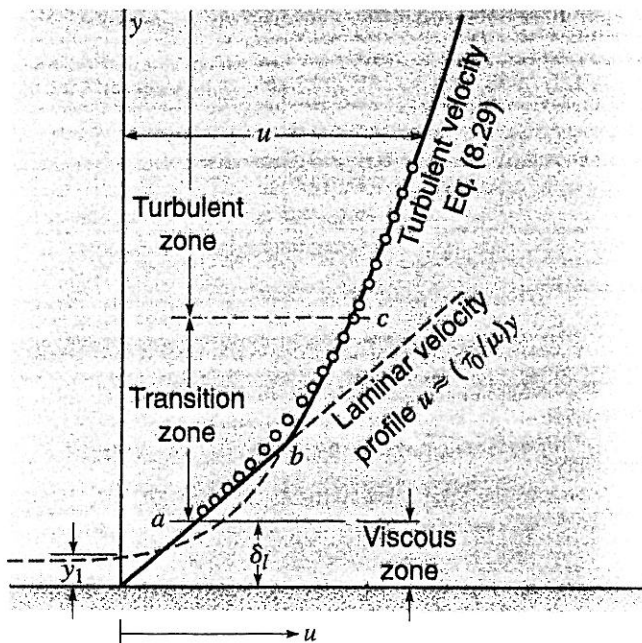


Figure 8.8
Velocity profile near a solid wall (vertical scale greatly exaggerated). Theoretical relations (solid lines) compared with experimental data (small circles).

Ved plotting av totalt hastighetsprofil må man ha en overgang fra laminært til turbulent profil. Den innere relasjonen gjelder tilnærmet for

$$0 \leq \frac{y u_*}{\nu} \leq 5$$

$\Rightarrow$ tylskelsen av det viskøse subjektet er

$$\delta_v = 5 \frac{\nu}{u_*}$$

Overgangssonen er estimert som avstanden ut til

$$70 \frac{\nu}{u_*} = 14 \delta_v$$

- utenfor er viskøse effekter neglisjerbare.

iden

$$\tau_0 = \frac{f}{4} \rho g \frac{V^2}{2g}$$

Jas

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = V \sqrt{\frac{f}{8}}$$

(8.26)

Med Reynolds talls definisjon

$$Re = \frac{DV}{\nu}$$

og

$$y = \delta_w = 5 \frac{\nu}{u_*}$$

Jas :

$$\delta_w = \frac{14.14 \nu}{V \sqrt{f}} = \frac{14.14 D}{Re \sqrt{f}}$$

(8.27)

Subsjikttykkelsen avtar når Re øker !

Hvis $\delta_w \gg$ utstrekningen av ujevnheter, er røret "hydraulisk glatt".

Hvis ujevnhetene stikker ut gjennom subsjiktet er røret fullt ru.

3 overgangssonen er røret hverken fullstendig glatt eller fullstendig ru.

Med $e =$ ujevnhetsutstrekning :

$$\delta_w < e < 14 \delta_w \quad \text{Overgangssonen}$$

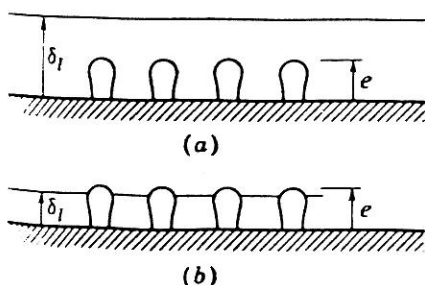
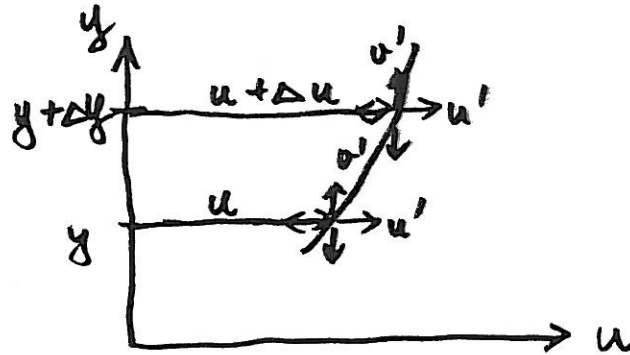


Figure 8.9 Turbulent flow near boundary. (a) Relatively low R , $\delta_1 > e$. If $\delta_1 > 6e$ pipe behaves as a smooth pipe. (b) Relatively high R , $\delta_1 < e$. If $\delta_1 < \frac{1}{4}e$ pipe behaves as a wholly rough pipe.

Resymé :

TURBULENT STRØM HASTIGHETSPROFIL :



$$\tau = \mu \frac{du}{dy} + \rho l \frac{du}{dy}$$

PRAUDTL'S BLANDINGSLÆNGDE :

l = afstand i y -retning hvor
 $\Delta u = \overline{|u'|}$

SKJÆRSPENNING (FRA IMPULSSATS) :

$$\begin{aligned}\tau &= -\rho \overline{u'v'} \\ &= \rho l^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2\end{aligned}$$

8.11 HASTIGHETSPROFIL I TURBULENT STRØM

Prandtl antok videre at for turbulent strøm, nær vegg i et rør, er

$$l = Ky$$

$K \approx 0.40$, universell konstant (best. eksperimentelt eller numerisk)

Utsagn
3 subjektivt er:

$$\tau \approx \tau_0 = \rho l^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 = \rho K^2 y^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2$$

$$du = \frac{1}{K} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \frac{dy}{y} = \frac{u_*}{K} \frac{dy}{y}$$

$\Rightarrow$ integrert:

$$u = 2.5 u_* \ln y + C$$

$$\boxed{\frac{u_{\max} - u}{u_*} = 2.5 \ln \frac{r_0}{y}} \quad (\text{Rør}) \quad (8.28)$$

$$u = u_{\max} - 2.5 u_* \ln \frac{r_0}{r_0 - r} = u_{\max} - 5.76 u_* \log_{10} \frac{r_0}{r_0 - r}$$

Dette uttrykket har vist seg å gjelde svært bra nesten helt inn til roaksen, idet for det viskøse grenselaget.

3 overgangssonen:

$$\frac{u}{u_*} = 2.5 \ln \frac{4u_*}{y} + 5.0 \quad (\text{i Figur 8.8})$$

Videre regning, samt relasjonen

$$\tau_0 = \frac{1}{4} f \rho \frac{V^2}{2g} \Rightarrow \frac{\tau_0}{\rho} = \frac{1}{8} f V^2, \quad u_* = \sqrt{\frac{f}{8}} V$$

gir (etter midling over tverrsnittet)

o / o

$$\boxed{\frac{V}{u_{\max}} = \frac{1}{1 + 1.326\sqrt{f}}}$$
 Rør-faktoren

(8.31)

$$u(r) = (1 + 1.326\sqrt{f})V - 2.04\sqrt{f}V \log \frac{r_0}{r_0 - r} \quad (\log \equiv \log_{10})$$

Plottet :

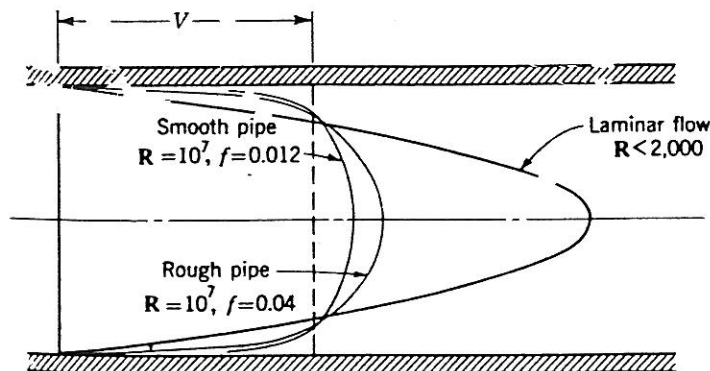


Figure 8.10 Velocity profiles for equal flow rates.

Utrykket for $u(r)$ gir α - og β -faktorene for turbulent strøm:

$$\alpha = 1 + 2.7f$$

$$\beta = 1 + 0.98f$$