

7.7. SIMILARITET OG DIMENSJONSANALYSE

Matematisk teknikk: De fysiske størrelsers dimensjon eller betegnelse brukes til å forstå deres sammenheng

Myktlig metode ved planlegging av eksperimentelt arbeid, og til organisering av eksperimentelle resultater.

Dimensjoner: F, L, T eller M, L, T

Sammenheng via Newtons 2. lov:

$$F = \frac{ML}{T^2}$$

Grunnleggende begreper

Prinsippet om dimensjonell homogenitet:

- Alle ^{additive} ledd i en likning må ha samme dimensjon!

Ved divisjon med ~~denne størrelsen~~ en størrelse med denne dimensjonen får en dimensjonsløs likning, hvor dimensjonsløse kombinasjoner av de fysiske størrelsene inngår.

Framgangsmåte:

- * FØRST velges de fysiske størrelsene som bør inngå i beskrivelsen av et fysisk fenomen
- * DERETTER grupperes de sammen i dimensjonsløse kombinasjoner
- * RESULTAT: En likning mellom dimensjonsløse størrelser som angir hvordan de fysiske størrelsene er relatert til hverandre.

Nu skal

Eksempel uten dim. løse kombinasjoner:

"Estimer" likningen for hastigheten v som en trykkløse i en fluid har.

Anslag over hvilke fysiske størrelser som bør inngå:

Hastighet	V	$= \left[\frac{L}{T} \right]$
Elastisitetsmodul (invers av kompressibilitet)	$E_v = -v \frac{dp}{dv}$	$= \left[\frac{F}{L^2} \right] = \left[\frac{M}{LT^2} \right]$
Tetthet	ρ	$= \left[\frac{M}{L^3} \right]$
Kin. visk.	ν	$= \left[\frac{L^2}{T} \right]$

Prøv å multiplisere størrelsene for å få en dimensjonelt homogen likning:

$$V = C E_v^a \rho^b \nu^d \quad (C = \text{dim.løs konstant})$$

Eksponentene til hver dimensjon må være de samme på hver side:

$$\begin{array}{ll} \text{For } M: & 0 = a + b \\ \text{" } L: & 1 = -a - 3b + 2d \\ \text{" } T: & -1 = -2a - d \end{array}$$

Løst:

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2} \\ b &= -\frac{1}{2} \\ d &= 0 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$

$$V = C \sqrt{\frac{E_v}{\rho}}$$

Dette er det kjente uttrykket for lyd hastigheten, der viskositeten ikke inngår.