

6.4 ANVENDELSER AV IMPULSSATSEN

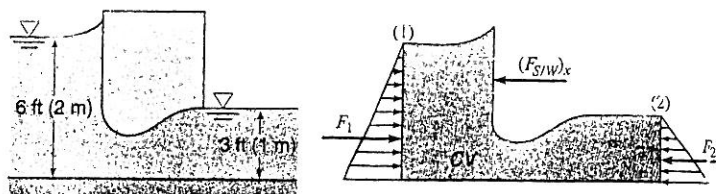
Impulssatsen omgår krefter fra omgivelsene på fluiden. Krafta på omgivelsene kan brukes hvis den settes inn i impulssatsen med omvendt fortegn.

Krafta på en struktur er vanligvis gitt ved varierende trykkekraft over overflata.

Vi er interessert i resultanten, og vanligvis bare trykk som avviker fra atmosfæretrykk.

Første skritt: Velg et kontrollvolum!

Eksempel 6.1



Vannpassasjen vist i figuren er $b = 3\text{ m}$ bred tvers på papirplanet.

Bestem horisontal kraften som virker på strukturen, under forutsetning av ideell strøm.

Bernoulli (langs overflaten):

$$z_1 + \frac{1}{2g} V_1^2 = z_2 + \frac{1}{2g} V_2^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} V_1^2 - \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 V_1^2 = 2g(z_2 - z_1) \\ V_1^2 (z_2 + z_1)(z_2 - z_1) = 2gz_2^2(z_2 - z_1) \end{array} \right.$$

Kontinuitet:

$$z_1 b V_1 = z_2 b V_2, \quad V_2 = \frac{z_1}{z_2} V_1$$

Løst:

$$V_1 = \sqrt{\frac{2g}{z_1 + z_2}} z_2 = \sqrt{\frac{2 \times 9.80665}{2+1}} 1 \text{ m/s} = 2.56 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{z_1}{z_2} V_1 = \frac{2}{1} = 5.11 \text{ m/s}$$

$$Q = z_1 b V_1 = 15.34 \text{ m}^3/\text{s}$$

Velg et kontrollvolum som i høyre del av figuren.
Bruk impulssetzen:

$$F_1 - F_2 - (F_{s/w})_x = \rho Q (V_2 - V_1)$$

Skvor:

$$F_1 = \frac{1}{2} \rho g z_1^2 b$$

$$F_2 = \frac{1}{2} \rho g z_2^2 b$$

$$Q = z_1 b V_1$$

Siden V_1, V_2, Q, z_1 og z_2 nå er kjent, kan man sette tall rett inn i impulssetzen. Men det er smart å legge merke til at hvis man beholder bokstavsregninga litt lenger, oppstår en forenkling som ikke er helt uventet siden problemet er i slekt med hydraulisk sprang (kapittel 10):

$$\rho g b \left(\frac{1}{2} z_1^2 - \frac{1}{2} z_2^2 \right) - (F_{s/w})_x = \rho z_1 z_2 b \left(\sqrt{\frac{2g}{z_1 + z_2}} \right)^2 \left(\frac{z_1}{z_2} - 1 \right)$$

Løs for $(F_{s/w})_x$, sett på felles brøkkstrek og finn forenkling

$$\begin{aligned} (F_{s/w})_x &= \rho g b \left\{ \frac{1}{2} z_1^2 - \frac{1}{2} z_2^2 - 2 z_1 z_2 \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \rho g b \frac{z_1^3 - z_1 z_2^2 + z_1^2 z_2 - z_2^3 - 4 z_1^2 z_2 + 4 z_1 z_2^2}{z_1 + z_2} \end{aligned}$$

på grunn av at telleren faktisk er

$$z_1^3 - 3 z_1^2 z_2 + 3 z_1 z_2^2 - z_2^3 = (z_1 - z_2)^3$$

Det vil si:

$$(F_{s/w})_x = \frac{1}{2} \rho g b \frac{(z_1 - z_2)^3}{z_1 + z_2} \quad (\text{positiv mot venstre på fig. 5.6.1})$$

Tallverdier innsett:

$$(F_{s/w})_x = \frac{1}{2} \times 998.2 \times 9.80665 \times 3 \frac{(2-1)^3}{2+1} \text{ N} = 4.89 \text{ kN}$$

Krafta $(F_{w/s})_x$ som oppgaven spør etter, er motkrafta som virker fra vannet på strukturen:

$$(F_{w/s})_x = \underline{\underline{4.89 \text{ kN (mot høyre)}}}$$