

6.2 NAVIER-STOKES-LIKNINGENE

Ved å

- uttrykke impulsloven på differensiell form
- bruke Newtons friksjons lov (skjærkraft $\propto$ deformasjonsrate)

sett
fås et sett likninger som for inkompressibel fluid med konstant viskositet lyder

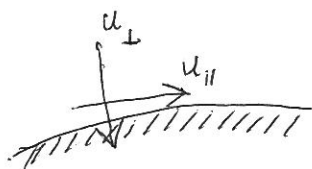
$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right) = -\nabla p + \rho \vec{g} + \underbrace{\mu \nabla^2 \vec{u}}_{\substack{\text{viskøs kraft pr. volumenhets} \\ \text{! (fluidet ikke null!)}}} \quad \begin{matrix} \text{N-S-} \\ \text{likninger} \end{matrix}$$

hvor $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} =$ Laplaceoperatoren

$\mu = 0$ (ideell fluid) gir Eulerlikninger.

Overgangen mellom (6.8) (N-S-likninger) og Eulerlikninger er ikke-triviell fordi man går fra en 2. ordens til en 1. ordens DL.

Det medfører en grensebetingelse mindre: gleitbetingelsen, at tangensiell strømhastighet $\rightarrow 0$ ved en vegg, faller bort av fysiske grunner.



$u_{\perp} = 0$ Impenetrabilitetsbetingelse

$u_{\parallel} = 0$ Gleitbetingelse

Matematisk passer det bra: # grensebetingelser = DL's orden !

Komponentform, kartesiske koordinater, vertikal z-akse:

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \end{aligned}$$

Andre vanlige koordinatsystemer:

- Sferiske polarkoordinater
- Sylindriske polarkoordinater

Sylinderkoordinater er spesielt nyttige ved beskrivelse av strømn i rør.

En grunn til at vi velger å ikke presentere en utledning:

De fleste forelesningene presenterer en ufullstendig utledning, der sammenhengen mellom skjærspenninger/normalspenninger og deformasjonsrater blir postulert.

Se for eksempel oppgave 6.1 (ikke pensum) som sannsynliggjør en av disse "utviste" relasjonene.