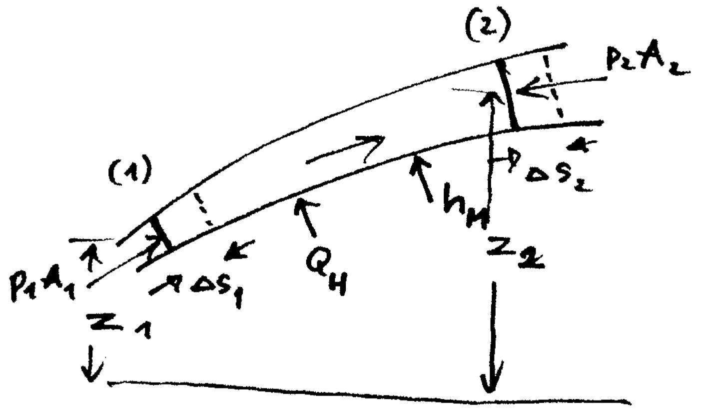
5.5 GENERELL ENERGILIKNING FOR STASJONÆR STRØM AV EN FLUID

Vi skal anvende kontrollvolumsbetraktning som i forrige kapittel.



Som før:
Et fluidsystem forflytter seg litt i løpet av tiden Δt.
Kontrollvolumet ligger mellom (1) og (2).

Stasjonær strøm $\Rightarrow$

$$\gamma_1 A_1 \Delta s_1 = \gamma_2 A_2 \Delta s_2 = g\Delta m \quad *$$

„Egenskapen" X som nå transporteres er energi!
Analogi $\Rightarrow$ (i tid Δt)

$$\Delta E_s = \Delta E_{cv} + \Delta E_{cv}^{ut} - \Delta E_{cv}^{inn}$$

Men siden stasjonaritet, $\Delta E_{cv} = 0$:

Her skal settes inn de tre energiformene

Her skal TD's 1. hs. brukes

$$\Delta E_s = \Delta E_{cv}^{ut} - \Delta E_{cv}^{inn} \qquad (5.5)$$

For systemet gjelder også termodynamikkens 1. hovedsetning:

$$\Delta E_s = Q_H + \left(\text{ytre arbeid utf. på systemet}\right)$$

NB. Fortegnskonvensjonen

Her skal settes inn former for arbeid

Ytre arbeid: Mange former

— Strømarbeid (mot endeflatene):

$$p_1 A_1 \Delta s_1 - p_2 A_2 \Delta s_2$$
$$= \frac{p_1}{\gamma_1}(\gamma_1 A_1 \Delta s_1) - \frac{p_2}{\gamma_2}(\gamma_2 A_2 \Delta s_2)$$
$$= \left(\frac{p_1}{\gamma_1} - \frac{p_2}{\gamma_2}\right) g\Delta m$$

---

*) Δm – massen som strømmer gjennom et tverrsnitt i tiden Δt

— Akslingsarbeid (økonomisk "nyttig arbeid") mellom (1) og (2) i tiden Δt:

$$\text{Aks. arb.} = \frac{\text{vekt}}{\text{tid}} \times \frac{\text{energi}}{\text{vekt}} \times \text{tid}$$

$$= \left(\gamma_1 A_1 \frac{ds_1}{dt}\right) h_M \Delta t$$

$$= \gamma_1 A_1 \Delta s_1 h_M$$

$$= g \Delta m \, h_M$$

h_M – energi tilført strømmen av en maskin pr. vektenhet fluid (head!)

"Maskin" = turbin, pumpe, ...

Pumpe $\Rightarrow$ $h_M > 0$
Turbin $\Rightarrow$ $h_M < 0$

NB!

Friksjonsarbeid ved ytre begrensninger er ikke ytre arbeid!
Arbeidet pga. friksjonsspenningene utfører arbeid som øker temperaturen (dvs. indre energi). Gjenfinnes i Q_H!

Varmetilførsel (behandlet analogt med akslingsarbeidet):

$$\text{Tilført varme} = \left(\gamma_1 A_1 \frac{ds_1}{dt}\right) Q_H \Delta t$$

$$= (\gamma_1 A_1 \Delta s_1)\, Q_H$$

$$= g \Delta m \; Q_H$$

Q_H – varmetilførsel fra ytre kilde pr. vektenhet fluid (head!)

Samlet for 1. hovedsetning:

$$\Delta E_s = \text{strømarbeid} + \text{akslingsarbeid} + \text{tilført varme}$$

$$= \left(\frac{p_1}{\gamma_1} - \frac{p_2}{\gamma_2} + h_M + Q_H\right) g \Delta m \qquad (5.6)$$

Tilbake til transportteoremet, (5.5):
Må finne energitransporten over grenseflatene. I hver flate (sum av kinetisk + potensiell + indre):

$$\Delta E = \underbrace{g\Delta m}_{\text{vekt}} \underbrace{\left(z + \alpha \frac{V^2}{2g} + I\right)}_{\text{pr. vektenhet}} \quad \Big\{ \begin{array}{l} \text{energi}\ \text{transport} \\ \text{i tid } \Delta t \end{array}$$

$\Rightarrow$
beregn denne ved utløp med + (ΔE_{cv}^{ut}) samt ved innløp med − (ΔE_{cv}^{inn}) og sett alt inn i transportteoremet!
Med $g\Delta m$, fellesfaktor, faktorisert ut, fås:

$$\frac{p_1}{\gamma_1} - \frac{p_2}{\gamma_2} + h_M + Q_H = \left(z_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + I_2\right) - \left(z_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + I_1\right)$$

eller (energibalanse pr. vektenhet):

$$\boxed{\left(\frac{p_1}{\gamma_1} + z_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + I_1\right) + h_M + Q_H = \left(\frac{p_2}{\gamma_2} + z_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + I_2\right)} \quad (5.8)$$

Denne likningen er en <u>energibalanse pr. vektenhet</u> og gjelder for en generell <u>reell</u> fluid, såfremt strømmen er <u>stasjonær</u>.

I turbulens, også andre hastighetsbidrag pga. <u>evjene</u>. Disse ender tilslutt opp som indre energi (temp. økning pga. friksjonen) og må interpreteres som en økning av I_2.
(Analogi til solsystemets bevegelsesenergi)

⊛

<u>Resyme</u>:
Vi har nå
- energilikning (1. hovedsetning + transportteoremet)
- kontinuitetslikning
(• tilstandslikning også, i prinsippet)

og skal nå betrakte forenklinger av energilikningen.

5.6 ENERGILIKNING FOR STASJONÆR STRØM AV INKOMPRESSIBEL FLUID; BERNOULLIS TEOREM

Med $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma =$ konstant, og $\alpha \approx 1$:

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{V_1^2}{2g}\right) + h_M + Q_H = \left(\frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g}\right) + \overbrace{(I_2 - I_1)}^{h_L} \qquad (5.9)$$

forklar h_L etter denne flyttingen!

Evjer fører til økning av I_2, dvs. høyere T_2.
På den annen side, i isoterm strøm må vi ha en $\underline{Q_H < 0}$ fordi skapt varmeenergi må transporteres bort.

Vi samler I- og Q-bidragene til å gi en størrelse kalt <u>head-tap</u>, h_L :

> indre energi
> ≡ varme bevegelser

$$\frac{\Delta(\text{indre energi})}{\text{vektenhet}} = \Delta I = \frac{\Delta i}{g} = I_2 - I_1 = \frac{c}{g}(T_2 - T_1) \overset{\text{definisjon}}{\equiv} Q_H + h_L \qquad (5.11)$$

eller

$$\boxed{h_L = \underbrace{\frac{c}{g}(T_2 - T_1)}_{\text{økt indre energi}} - \underbrace{Q_H}_{\text{varme tilført}}} \qquad (5.12)$$

må komme fra friksjon!

Differansen mellom økning i indre energi og varme-energi <u>tilført</u> systemet er lik fluidfriksjonstapet.
h_L representerer en energi pr. vektenhet som går tapt som "nyttig" energi.*
Eksistensen av h_L (som er $\underline{\geq 0}$) er i overens-stemmelse med termodynamikkens 2. hovedsetning.

Innsatt og omskrevet :

---

*) dvs. økning i termiske energi fra <u>indre</u> kilder. Uttrykk (kap. 8) kan utledes fra tilleggsbetingelser

$$\boxed{\overbrace{\left(\frac{p_1}{\gamma}+z_1+\frac{V_1^2}{2g}\right)}^{\text{mekanisk energi inn}} + \overbrace{h_M}^{\text{påført arbeid}} = \overbrace{\left(\frac{p_2}{\gamma}+z_2+\frac{V_2^2}{2g}\right)}^{\text{mekanisk energi ut}} + \overbrace{h_L}^{\text{tapsenergi}}} \qquad (5.13)$$

Dette er en <u>mekanisk</u> energibalanse !

I tilfellet uten maskin til stede, og i grensen hvor irreversible tap kan neglisjeres ($h_L = 0$), fås

$$\boxed{\frac{p}{\gamma} + z + \frac{V^2}{2g} = \text{konstant i strømmen}} \qquad (5.16)$$

Dette er <u>Bernoullis teorem</u> for en friksjonsløs inkompressibel fluid. Den gjelder med god nøyaktighet også i tilfeller hvor friksjonseffekter er små.

<u>NB.</u> Vanlige utledninger sier ofte at størrelsen i (5.16) er "konstant langs en strømlinje". Etter vår utledning gjelder likningen approksimativt for hovedstrømmen på basis av midlere hastighet.

<u>Anvendelse</u>: Sammen med kontinuitetslikningen.

Eksempel 5.4

Gjennom et rør med $D = 150$ cm flyter vann med $Q = 10\ m^3/s$. "Head"-tapet over en 1000 m lengde er 20 m. Finn økningen av vanntemperaturen, hvis ingen varme utveksles med omgivelsene.

$$h_L = \frac{c}{g}\Delta T - \cancel{Q_H}^{\nearrow 0}$$

$c = 4.187\ J/gK \leftarrow (1\,cal/g°C\,!)$

$= 4187\ Nm/kg\,K$

$$\Delta T = \frac{g h_L}{c} = \frac{9.81 \times 20}{4187} K = \underline{\underline{0.047\ K}}$$

Uavhengig av rørdiameter og rørlengde – som imidlertid h_L avhenger av.
(Eksemplet fortsettes som 5.7)