

4.5 STRØMRATE OG MIDDELHASTIGHET

Strømrates = mengde fluid som pr. tidsenhet passer et gitt tverrsnitt i rommet.

Gitt som:

- volumstrømrates Q (SI: m^3/s)
- massestrømrates $\dot{m}$ (" kg/s)
- vektstrømrates G (" N/s)

Differensiell vektoriell definisjon: (Trengs hvis ikke hastighet $\perp$ tverrsnitt)

$$\begin{aligned} dQ &= \vec{u} \cdot d\vec{A} \\ &= (u \cos \theta) dA \\ &= u dA' \end{aligned}$$

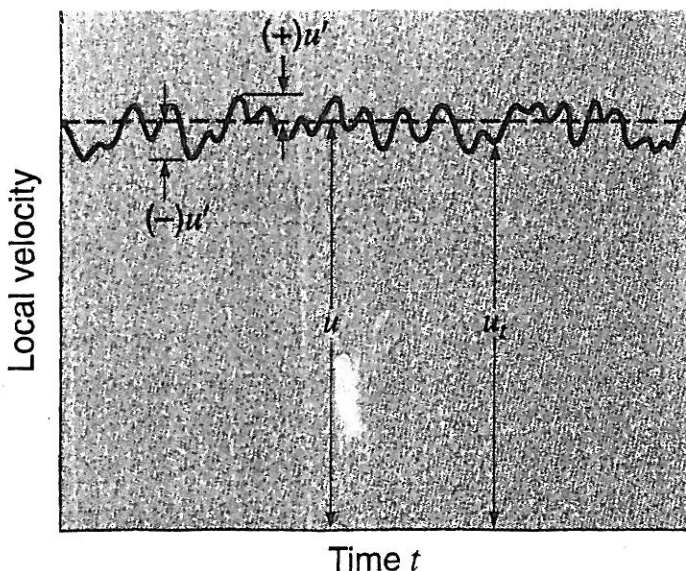
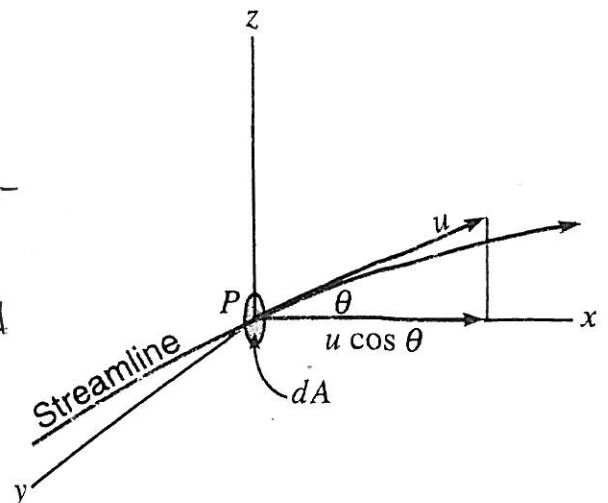
der

$$d\vec{A} = \hat{n} dA$$

$\hat{n}$ - normalenhetsvektor på flatelementet dA

dA' - projeksjon av dA på et plan $\perp$ på u 's retning

Massestrømratesen fås ved å multiplisere Q med ρ .



Fluktuierende hastighet i et punkt pga. turbulens:



Etvis turbulent strøm (figur forrige side):
 u_x - ^{gjenn.} instantan. hastighetskomponent langs
~~strømlinje~~

$$u_x = u + u'$$

$\uparrow$ $\uparrow$ turbulent fluktusjon
 + gjennomsnittlig hastighet

$$u = \frac{1}{t} \int_0^t u_x dt \quad (\text{tidsmiddelværdi})$$

u varierer over tverrsnittet, for en reell fluid.

Strømratedefinisjoner, med samtidig definisjon av middel hastigheten V : (1) (middel over tverrsnitt)

$Q = \int_A u dA = AV$ $\dot{m} = \rho \int_A u dA = \rho AV = \rho Q$ $G = \gamma \dot{m} = \gamma AV = \gamma Q$
--

Definisjoner
 hvis
 strøm $\perp$ flate

Likningene er for strøm med konstant tetthet;
 ellers må det stå på høyre side av integral-
 tegnet.

Etvis gjennomsnittsværdier av V er kjent for del-
 arealer:

$$Q = A_a V_a + A_b V_b + \dots + A_n V_n = AV$$

Etvis Q , G eller $\dot{m}$ har vært målt, finnes V for

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{G}{\rho A} = \frac{\dot{m}}{\rho A}$$

4.6 SYSTEM OG KONTROLLVOLUM

Def. fluidsystem: En gitt fluidmasse [inne for en grense definert som en (evt. virtuell) lukket overflate]

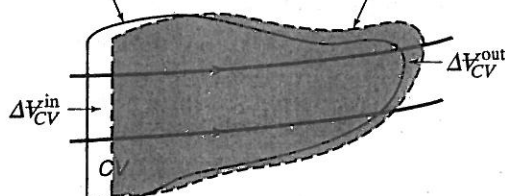
Def. kontrollvolum: Fast region i rommet som ikke beveger seg eller deformeres*, begrenset av kontrolloverflaten

Skal nå utlede Reynolds' transportteorem som gir en relasjon mellom et system og et kontrollvolum

[Eulersk beskrivelse: strøm inni gitt region
Lagrange - " - : partikkelbevegelse som funksjon av tid]

Control surface of control volume, fixed in space.
(This is also the boundary of the fluid system at time t .)

Dashed line and shading represent boundary and volume of moving fluid system at time $(t + \Delta t)$.



Def. X - total mengde av en fluidegenskap (masse, energi, impuls, ...) inne for gitt grense til gitt tid

S (subskript) - systemgrense

CV (- " -) - kontrollvolumsgrense

Ved tid t :

$$(X_S)_t = (X_{CV})_t$$

* Det finnes mer generelle versjoner av formalismen hvor både bevegelse og deformasjon er tillatt!

Ved til $t + \Delta t$:

$$(X_s)_{t+\Delta t} = (X_{cv})_{t+\Delta t} + \Delta X_{cv}^{ut} - \Delta X_{cv}^{in}$$

Subtraksjon, divisjon, grenseovergang:

$$\underbrace{(X_s)_{t+\Delta t} - (X_s)_t}_{\Delta X_s} = \underbrace{(X_{cv})_{t+\Delta t} - (X_{cv})_t}_{\Delta X_{cv}} + \Delta X_{cv}^{ut} - \Delta X_{cv}^{in}$$

$$\Delta X_s = \Delta X_{cv} + \Delta X_{cv}^{ut} - \Delta X_{cv}^{in}$$

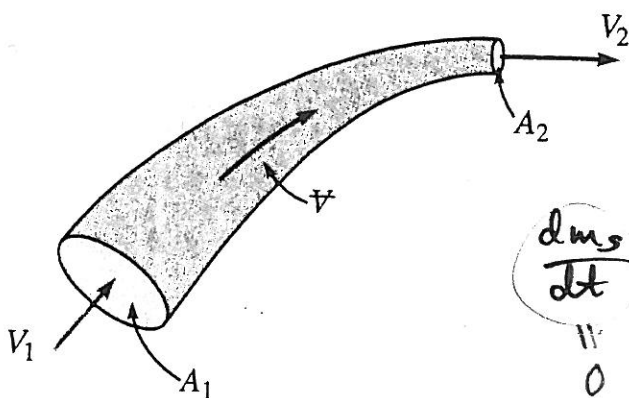
$$\boxed{\frac{dX_s}{dt} = \frac{dX_{cv}}{dt} + \frac{dX_{cv}^{ut}}{dt} - \frac{dX_{cv}^{in}}{dt}}$$

Vil bli anvendt på masse, energi og impuls.
Med ord:

Forskjellen på forandringsratene for X i system og kontrollvolum, er lik netto rate for utstrøm fra kontrollvolumet.

4.7 KONTINUITETSLIKNINGA

Betrakt et strømsør som kontrollvolum, en punkt strømlinje: (Inn/utstrøm bare ved endene!)



La

$$\boxed{X \equiv \text{masse}}$$

$$\frac{dm_s}{dt} = \frac{dm_{cv}^{in}}{dt} + \frac{dm_{cv}^{ut}}{dt} - \frac{dm_{cv}^{in}}{dt}$$

0 pga. massebevarelse!

Med

$$m_{cv} = \forall \bar{\rho}_{cv}$$

hvor $\bar{\rho}_{cv}$ - gjennomsnittlig tetthet i kontrollvolumet,
fås

$$\frac{dm_{cv}}{dt} = \forall \frac{\partial \bar{\rho}_{cv}}{\partial t}$$

$\forall$ - volum, ikke
nastighet!

Masso-
strom-
ratev:

$$\frac{dm_{cv}^{ut}}{dt} = \rho_2 A_2 V_2$$

$$\frac{dm_{cv}^{in}}{dt} = \rho_1 A_1 V_1$$

$\Rightarrow$ generell kontinuitetslikning:

$$\rho_1 A_1 V_1 - \rho_2 A_2 V_2 = \forall \frac{\partial \bar{\rho}_{cv}}{\partial t}$$

For stasjonær strøm, $\frac{\partial \bar{\rho}_{cv}}{\partial t} = 0$:

$$\rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2 = \dot{m} \quad \text{STASJONÆR}$$

$$\gamma_1 A_1 V_1 = \gamma_2 A_2 V_2 = G \quad \text{STRØM}$$

Videre spesialisering til $\rho = \text{konstant}$:

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 = Q \quad \text{INKOMPRESSIBEL FLUID}$$

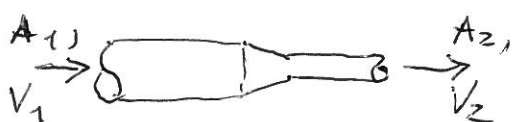
(OBS! IKKE-STASJONÆR STRØM)

* * *

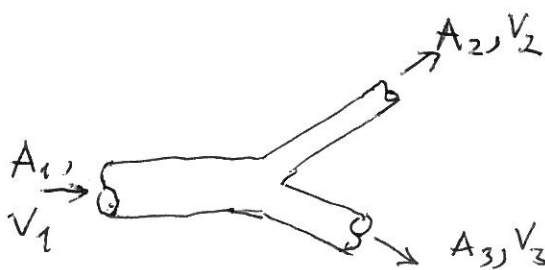
Hvis flere utløp/innløp, summer over dem:

$$\sum_i^{(inn)} \rho_i A_i V_i - \sum_j^{(ut)} \rho_j A_j V_j = \forall \frac{\partial \bar{\rho}_{cv}}{\partial t}$$

Eksempler, stasjonær strøm m/ konstant ρ :



$$\underline{A_1 V_1 = A_2 V_2}$$



$$\underline{A_1 V_1 = A_2 V_2 + A_3 V_3}$$