

14.6

HASTIGHETSPOTENSIAL

[Vi skal definere det i 2-D, men utvidelsen til 3-D er helt triviell.]

Et hastighetspotensial $\phi(x, y)$ defineres som

$$\boxed{\vec{u} = -\nabla \phi}$$

(Analogi til potensial og feltstyrke i elektrostatiske)

Kartesisk komponentform:

$$u = -\frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v = -\frac{\partial \phi}{\partial y}$$

Polarkoordinat komponentform:

$$u_r = -\frac{\partial \phi}{\partial r}, \quad u_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}$$

Sett inn (5.19) i kontinuitetsbetingelsen: Få

$$\boxed{\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0}$$

Laplace
likning

Sett inn i uttrykket for vortelling:

$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \\ &= -\frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial x} - \left(-\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}\right) = \underline{\underline{0}} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ hvis et hastighetspotensial eksisterer, er strømmen rotationsfri

Og omvendt, siden $\text{curl } \vec{u} \equiv 0$.
(MATEMATISK-TEKNISK FAKTUM)