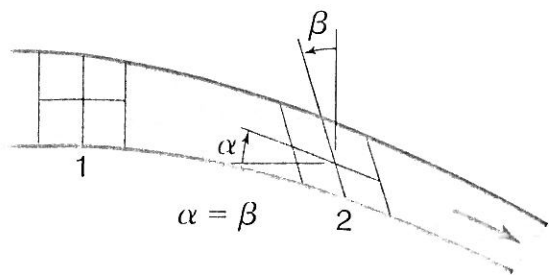
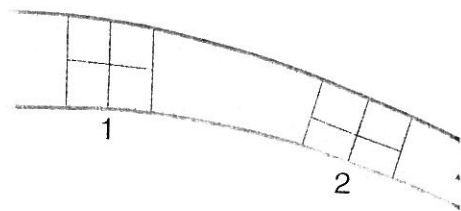


## 14.2 Roterende strøm og roteringsfri strøm



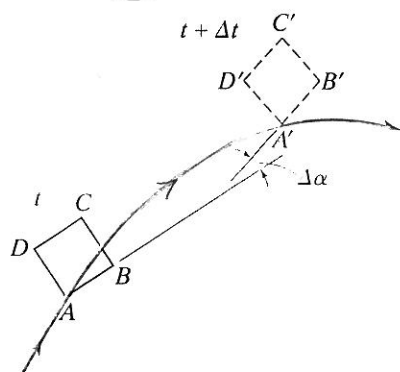
(a) Irrotational flow



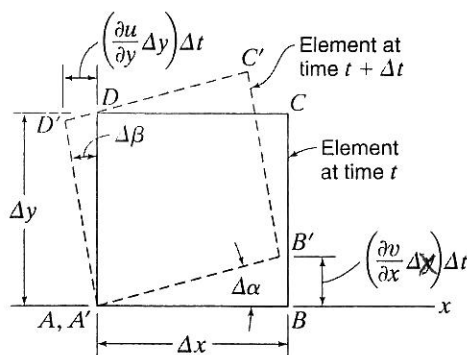
(b) Rotational flow

Selv i tilfeller med deformerte volumenelementer er det netto rotasjon som avgjør om en strøm er roteringsfri eller ikke.

Strømmende volumenelement (2D) med rotasjon og deformasjon:



(a)



(b)

Hva er betingelsen for roteringsfri netto deformasjon?

Figuren viser en antatt parallellforskyving av elementet fra sluttposisjon til startposisjon.

Kantrotasjonsvinkler:

$$\Delta \alpha = \frac{(\partial v / \partial x) \Delta x \Delta t}{\Delta x} = \frac{\partial v}{\partial x} \Delta t$$

$$\Delta \beta = -\frac{(\partial u / \partial y) \Delta y \Delta t}{\Delta y} = -\frac{\partial u}{\partial y} \Delta t$$

Kantenes rotasjonsvinkel hastigheter :

$$\omega_x = \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\omega_y = -\frac{\partial u}{\partial y}$$

Elementets netto rotasjonsvinkelhastighet er pt.-def. gjennomsnittet :

$$\omega_z = \frac{1}{2}(\omega_x + \omega_y) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

Tilsvarende resultater får for rotasjon i xz-planet (om y-aksen) og i yz-planet (om x-aksen).

Totalt resultat : (Curl er involvert !)

$$\nabla \times \vec{u} = 0$$

ROTASJONSFRI,  
INKOMPRESSIBEL strøm

På komponentform :

$$(\nabla \times \vec{u})_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$(\nabla \times \vec{u})_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}$$

$$(\nabla \times \vec{u})_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}$$

Dette kan også formuleres i polar koordinater, på 2D form.

Med  $(\nabla \times \vec{u})_z = \xi \quad (\text{i 2D})$

får kravet

$$\xi = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} = 0$$

INKOMPRESSIBEL  
strøm

for rotasjonsfrihet.

Ofta införas den fulla vektoren, virvlinga:

$$\vec{\xi} = \nabla \times \vec{u}$$

ET MÅL FOR  
LOKAL  
ROTATION!

Kravet för rotationsfrihet i 3D är då att  $\vec{\xi}$ 's komponenter alla är lika 0:

$$\xi_x = \xi_y = \xi_z = 0$$

### Exempel 14.2

Anta  $\varphi = \text{konstant}$ .

Analysera om dessa hastighetsfält är rotationsfria:

a)  $u = -2y$   
 $v = 3x$

b)  $u = 0$   
 $v = 3xy$

c)  $u = 2x$   
 $v = -2y$

a)

$$\xi = \frac{\partial}{\partial x}(3x) - \frac{\partial}{\partial y}(-2y) = 3 + 2 \neq 0$$

Nei!

b)

$$\xi = \frac{\partial}{\partial x}(3xy) - \frac{\partial}{\partial y}(0) = 3y - 0 \neq 0$$

Nei!

c)

$$\xi = \frac{\partial}{\partial x}(-2y) - \frac{\partial}{\partial y}(2x) = 0 - 0 = 0$$

Ja!

Men prova med det "andre" exemplet i förrige avsnitt:

$$v_r = 0$$

$$v_\theta = \frac{1}{r}$$

i polar koordinater:

$$\xi = \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta}$$

dvs.

$$\xi = \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\right) + \frac{1/r}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(0) = -\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^2} + 0 = \underline{\underline{0}}$$

Detta vill rotterende hastighetsfältet är virvlingsfritt !! (dvs. ingen lokal rotation)