

Løsningsdetalj, B.1a

Forenklingen av resultatet av integrasjonen,

$$\frac{1}{1 - 1/\kappa} (p^{1-1/\kappa} - p_0^{1-1/\kappa}) = -\frac{\rho_0 g}{p_0^{1/\kappa}} (z - z_0)$$

skjer som følger:

Multipliser på begge sider av likhetstegnet med $1 - 1/\kappa = (\kappa - 1)/\kappa$. Divider deretter på begge sider med

$$p_0^{1-1/\kappa}$$

På høyre side medfører sistnevnte divisjon, når også tilstandslikningen for ideell gass brukes, at

$$\frac{\rho_0 g}{p_0^{1/\kappa}} \times \frac{1}{p_0^{1-1/\kappa}} = \frac{\rho_0 g}{p_0} = \frac{gM}{R_0 T_0}$$

Integrasjonsresultatet er da kommet på formen

$$\left(\frac{p}{p_0}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} - 1 = -\frac{\kappa-1}{\kappa} \frac{\rho_0 g}{p_0} (z - z_0)$$

Flytt 1'eren over på høyre side. Opphøy deretter begge sider i potensen $\kappa/(\kappa-1)$. Da får man uttrykket fra løsningssamlingen:

$$\begin{aligned} \frac{p}{p_0} &= \left(1 - \frac{\kappa-1}{\kappa} \frac{\rho_0 g}{p_0} (z - z_0)\right)^{\kappa/(\kappa-1)} \\ &= \left(1 - \frac{\kappa-1}{\kappa} \frac{gM}{R_0 T_0} (z - z_0)\right)^{\kappa/(\kappa-1)} \end{aligned}$$

Som man ser, ganske enkel potensregning!

Ved beregningen av tallverdien under punkt b) ble det satt inn i uttrykket som inneholder $\rho_0 g/p_0$, istedenfor i det som inneholder $gM/R_0 T_0$.