



HØGSKOLEN I STAVANGER

**DATO:** 11. desember 2000

**AVDELING FOR TEKNISK - NATURVITENSKAPELIGE FAG**

**EKSAMEN I:** TES 10 Kaotiske dynamiske systemer

**VARIGHET:** 4 timer

**TILLATTE HJELPEMIDLER:** Kalkulator  
Rottmanns formelsamling  
Devaneys lærebok

**OPPGAVESETTET BESTÅR AV 2 SIDER**

**MERKNADER:** Alle oppgavene skal besvares.  
Hver av de 4 oppgavene teller like mye.

---

**OPPGITT:**

$$\sum_{i=0}^{\infty} a^i = \frac{1}{1-a}$$

---

**Oppgave 1**

a) Kan en kontinuerlig funksjon på  $\mathbf{R}$  ha et periodisk punkt med periode 80, men ingen punkter med periode 40? Begrunn svaret.

Betrakt i de neste 4 spørsmålene funksjonen  $F(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{3} & \text{for } 0 \leq x < \frac{2}{3} \\ x - \frac{2}{3} & \text{for } \frac{2}{3} \leq x \leq 1 \end{cases}$

- b) Tegn grafen til  $F(x)$ .
- c) Hvilken type punkt for  $F(x)$  er  $x = 1$ ?
- d) Vis at periode 3 er eneste type periodiske punkter for  $F(x)$  på  $[0, 1]$ .
- e) Hvorfor er ikke utsagnet under forrige punkt i motstrid til Sarkovskijs teorem?

(Vend)

## Oppgave 2

a) Beregn avstanden mellom sekvensene  $\mathbf{s} = (\overline{1101})$  og  $\mathbf{t} = (\overline{01})$  i sekvensrommet på 2 symboler.

I de 2 neste spørsmålene lar du funksjonen  $F : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$  være gitt som  $F(z) = z^2 + 1$ .

b) Vis ved eksplisitt regning at

$$H(z) = \frac{z - i}{z + i}$$

oppfyller samstilthetskravet  $H \circ N = Q_0 \circ H$ , hvor  $N(z)$  er assosiert Newtons iterasjonsfunksjon til  $F(z)$ , og  $Q_0(z) = z^2$ .

c) Er fikspunktene til  $F(z)$  tiltrekkende, frastøtende eller nøytrale? Begrunn svaret.

## Oppgave 3

a) Beregn summen av lengdene av alle intervaller som blir fjernet fra intervallet  $[0, 1]$  ved konstruksjonen av Cantors midtre-*nidels*-sett.

I de 2 neste spørsmålene skal funksjonen  $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  være gitt som  $F(x) = -x - x^3$ .

b) Beregn  $SF(x)$ .

c) Lag en (kvalitativ) skisse av  $F(x)$ . Kommenter kurvens form i forhold til Figur 12.1b, side 158 i læreboka.

## Oppgave 4

La funksjonen  $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  være gitt som  $F(x) = x^d$ , med  $\frac{1}{2} < d < 1$ . Anta at du skal løse likningen  $F(x) = 0$  ved Newtons metode.

a) Finn assosiert Newtons iterasjonsfunksjon  $N(x)$ .

b) Hvilken egenskap ved roten  $x = 0$  gjør Newtons metode brukbar i dette tilfellet?

c) Vis løsningsmetoden ved grafisk analyse for en fritt valgt  $d$  i det angitte intervallet. (Tegn tydelig!)

d) Hvilken type bane ville du fått for  $d = \frac{1}{2}$ ? Kunne du brukt Newtons metode ved løsningen i det tilfellet?<sup>1</sup>

---

1