

HØGSKOLEN I STAVANGER

**DATO:** 26. september 2001

**AVDELING FOR TEKNISK - NATURVITENSKAPELIGE FAG**

**EKSAMEN I:** TE 347 Fluidmekanikk

**VARIGHET:** 5 timer

**TILLATTE HJELPEMIDLER:** Kalkulator  
En valgfri standard formelsamling

**OPPGAVESETTET BESTÅR AV** 4 sider

**MERKNAD:** Alle de 5 oppgavene skal besvares. Hver teller like mye.

---

**OPPGITT** (Kandidaten skal selv vite hva uttrykkene står for)

Tabellverdier:

$g = 9.807 \text{ m/s}^2$        $\rho_{\text{vann}} = 998 \text{ kg/m}^3$        $s_{\text{Hg}} = 13.56$   
(ovenstående verdier for  $\text{H}_2\text{O}$  og  $\text{Hg}$  ved  $20^\circ\text{C}$  og 1 atm)

*Merk:* Oppgitt verdi for  $p_{\text{atm}}$  i Oppgave 1 avviker fra normalatmosfæretrykket

Formeluttrykk:

$$\Sigma A_{\text{inn}} V_{\text{inn}} = \Sigma A_{\text{ut}} V_{\text{ut}} \quad p_2 - p_1 = -\rho g(z_2 - z_1)$$

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_P = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L \quad P_{\text{tap}} = \rho g Q h_L$$

$$\Sigma \mathbf{F} = \Sigma(\rho Q \mathbf{V})_{\text{ut}} - \Sigma(\rho Q \mathbf{V})_{\text{inn}}$$

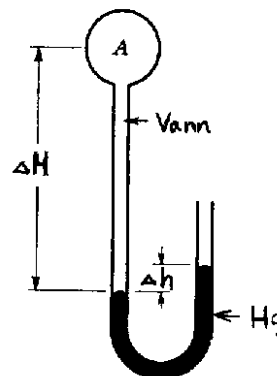
$$\mathbf{a} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \quad \mathbf{u} \cdot \nabla = u \frac{\partial}{\partial x} \quad (1\text{D formalisme})$$

$$\dim(\mu) = \{ML^{-1}T^{-1}\} \quad \text{Re} = \frac{VD}{\nu} \quad \nu = \frac{\mu}{\rho}$$

---

## Oppgave 1

Figuren viser et tverrsnitt gjennom en sfærisk vannbeholder der det på undersiden er montert et manometer. Det absolute trykket i  $A$  er  $p_A$ , og i atmosfæren  $p_{\text{atm}}$ . Hg-nivået i venstre gren er  $\Delta H_1$  under  $A$ , og manometeravlesningen (Hg-nivåforskjellen) er  $\Delta h_1$ .



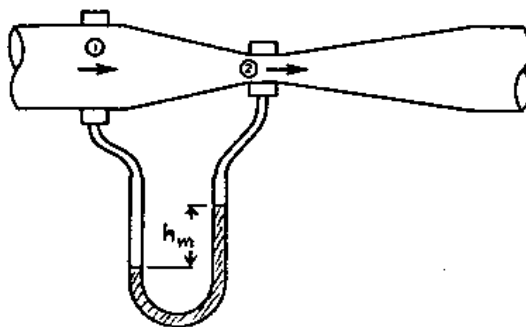
Så blir det absolute trykket i  $A$  fordoblet til  $2p_A$  (med samme tallverdi for  $p_A$  som før). Nytt venstre Hg-nivå i forhold til  $A$  blir  $\Delta H_2$ , og ny manometeravlesning blir  $\Delta h_2$ .

- Forklar at hvis  $\Delta h_2 = \Delta h_1 + 2x$ , så forutsetter det at  $\Delta H_2 = \Delta H_1 + x$ .
- Bruk hydrostatikkens grunnligning til å finne et uttrykk for  $p_A$ .
- Finn så et uttrykk for  $2p_A$  (etter trykkdoblingen). Sett inn for  $\Delta H_2$  og  $\Delta h_2$ .
- Løs for  $x$  ut fra ligningene funnet under b) og c).
- Finn den numeriske verdien for  $\Delta h_2$  ved å sette inn tallverdiene

$$s_{\text{Hg}} = 13.56 \quad p_{\text{atm}} = 102.11 \text{ kPa ("svakt høytrykk")} \quad \Delta H_1 = 5 \text{ m} \quad \Delta h_1 = 0.1 \text{ m}$$

## Oppgave 2

Vann strømmer gjennom et rør med diameter  $D$ , som har en lokal innsnevring med diameter  $d$ , slik som vist på figuren. Et Hg-manometer er koplet mellom et punkt 1 oppstrøms for innsnevringen og et punkt 2 i innsnevringen. Utslaget til manometret kalles  $h_m$ . Midlere strømhastigheter ved diametrene  $D$  og  $d$  er henholdsvis  $V_1$  og  $V_2$ . Tallverdier:

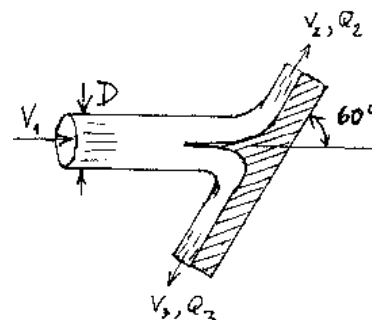


$$D = 0.1 \text{ m} \quad d = 0.04 \text{ m} \quad h_m = 0.31 \text{ m}$$

- Regn ut  $V_1$  og  $V_2$ , under forutsetning av at man kan se helt bort fra energitap mellom punkt 1 og 2 i røret.
- Regn ut  $V_1$  og  $V_2$  når du i stedet antar et energitap av størrelse  $h_L = k_v V_2^2 / 2g$  mellom punkt 1 og 2, med  $k_v = 0.296$ , og samme verdi for  $h_m$  som under punkt a).
- Regn ut tapseffekten  $P_{\text{tap}}$  for strømmen mellom tverrsnittene 1 og 2.

### Oppgave 3

En horisontal vannstråle fra en dyse, med hastighet  $\mathbf{V}_1$ , volumstrømrater  $Q_1$  og diameter  $D$ , treffer et stillestående turbinblad. Dette har en strålesplitter som bøyer av vannet til to utgående horisontale stråler, med hastigheter  $\mathbf{V}_2$  og  $\mathbf{V}_3$  samt volumetriske strømrater  $Q_2$  og  $Q_3$ . De har avbøyningsvinkler  $60^\circ$  og  $240^\circ$  som på figuren, dvs. kommer ut i motsatte retninger. Vi antar ideell og energitapsfri strøm, slik at  $|\mathbf{V}_1| = |\mathbf{V}_2| = |\mathbf{V}_3|$ . Vi antar videre at strålesplitteren er slik at hver utgående stråle inneholder halvparten av innkommende vannstrøm, dvs.  $Q_2 = Q_3$ . Vannet utøver en kraft  $\mathbf{F}$  på turbinbladet. Tallverdier:



$$|\mathbf{V}_1| = 13.62 \text{ m/s} \quad D = 0.1016 \text{ m}$$

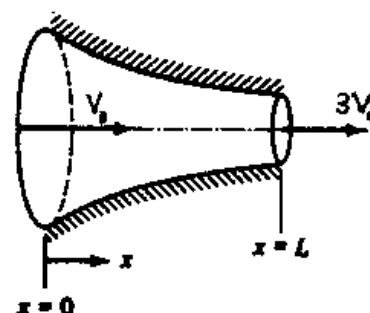
- Regn ut  $F_{\parallel}$ , komponenten av  $\mathbf{F}$  i retningen til innkommende stråle.
- Regn ut  $F_{\perp}$ , komponenten av  $\mathbf{F}$  tvers på retningen til innkommende stråle.

### Oppgave 4

Gjennom en konvergerende dyse med sirkulært tverrsnitt går det en stasjonær strøm av en ideell og inkompressibel fluid. Vi antar at en 1D beskrivelse kan brukes, og at tyngdeeffekter kan sees bort fra. En koordinat  $x$  ligger i dyseaksen. Strømhastigheten  $u(x)$ , som antas å være konstant over dysetverrsnittet, varierer fra  $u = V_0$  ved innløpet ( $x = 0$ ) til  $u = 3V_0$  ved utløpet ( $x = L$ ), via relasjonen

$$u(x) = V_0(1 + 2x/L)$$

$$\text{Tallverdier:} \quad V_0 = 3.17 \text{ m/s} \quad L = 20.1 \text{ cm}$$



- Finn en formel for hvordan dyseradien  $r$  avhenger av  $x$ , uttrykt ved innløpsradien  $r_0$ .
- Finn et uttrykk for akselerasjonen  $a$  som funksjon av  $x$ .
- Finn tallverdier for  $a$  ved innløpet og utløpet.

## Oppgave 5

Virvelavløsningsfrekvensen  $f$  ved et legeme med størrelse  $D$  som står i en luftstrøm med hastighet  $V$ , skal måles. Luften har viskositet  $\mu$  og tetthet  $\rho$ . Ut fra en dimensjonsanalyse, med antagelsen om at  $f$  bør avhenge av  $D$ ,  $V$ ,  $\mu$  og  $\rho$ , har vi skrevet sammenhengen som en relasjon mellom 2 uavhengige dimensjonsløse grupper,  $\Pi_1$  og  $\Pi_2$ . Med  $\Pi_1$  ferdig utregnet:

$$\Pi_1 = \frac{2\pi f D}{V}$$

$$\Pi_2 = D V^a \rho^b \mu^c$$



a) Bestem potensene  $a$ ,  $b$  og  $c$  i  $\Pi_2$  ved dimensjonsanalyse (vis regningen). Hva kaller vi vanligvis denne dimensjonsløse gruppen?

Vi tar opp måleserier med to likeformete legemer med størrelsesforhold  $D_1/D_2 = 9/7$ , ved konstant  $\mu$  og  $\rho$ .

- b) Hvilket hastighetsforhold  $V_1/V_2$  gir dynamisk similaritet?  
c) Hva blir forholdet  $f_1/f_2$  mellom virvelavløsningsfrekvensene ved dynamisk similaritet?