HØGSKOLEN I STAVANGER

DATO: 15. mai 2001

AVDELING FOR TEKNISK - NATURVITENSKAPELIGE FAG

EKSAMEN I: TE 347 Fluidmekanikk

VARIGHET: 5 **timer**

TILLATTE HJELPEMIDLER: Kalkulator
Én valgfri standard formelsamling

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 4 sider + 1 tillagt kurveblad

MERKNAD: Alle de 5 oppgavene skal besvares. Hver teller like mye.

OPPGITT (Kandidaten skal selv vite hva uttrykkene står for)

Tabellverdier:

$g = 9.807\,\mathrm{m/s^2}$ $\quad \rho_{\mathrm{vann}} = 998\,\mathrm{kg/m^3}$ $\quad p^{\mathrm{vap}}_{\mathrm{vann}} = 2.34\,\mathrm{kPa}$
(ovenstående verdier for vann ved 20°C og 1 atm)
Merk: Oppgitte verdier for p_{atm} i oppgavene 1 og 2 avviker fra normalatmosfæretrykket

Formeluttrykk:

$$\Sigma A_{\mathrm{inn}} V_{\mathrm{inn}} = \Sigma A_{\mathrm{ut}} V_{\mathrm{ut}} \qquad p_2 - p_1 = -\rho g (z_2 - z_1)$$

$$p_{\mathrm{gauge}} = p_{\mathrm{abs}} - p_{\mathrm{atm}} \qquad \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_P = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L \qquad \Sigma \boldsymbol{F} = \rho Q (\boldsymbol{V}_{\mathrm{ut}} - \boldsymbol{V}_{\mathrm{inn}})$$

$$\boldsymbol{u} = -\nabla \phi \qquad (\nabla \phi)_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} \qquad (\nabla \phi)_t = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u} = \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_t}{\partial \theta} \qquad (\nabla \times \boldsymbol{u})_z = \frac{\partial v_t}{\partial r} + \frac{v_t}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta}$$

$$\Gamma = \oint_L \boldsymbol{u} \cdot d\boldsymbol{L} \qquad \boldsymbol{a} = \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + (\boldsymbol{u} \cdot \nabla) \boldsymbol{u}$$

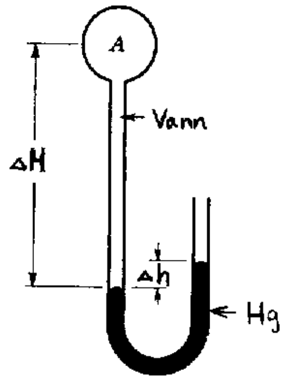
$$\{(\boldsymbol{u} \cdot \nabla) \boldsymbol{u}\}_r = (v_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} v_t \frac{\partial}{\partial \theta}) v_r - \frac{1}{r} v_t^2 \qquad \{(\boldsymbol{u} \cdot \nabla) \boldsymbol{u}\}_t = (v_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} v_t \frac{\partial}{\partial \theta}) v_t + \frac{1}{r} v_r v_t$$

$$F = MLT^{-2}$$

$$h_L = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \qquad \mathrm{Re} = \frac{VD}{\nu} \qquad P_{\mathrm{tap}} = \rho g Q h_L$$

Oppgave 1

Figuren viser et tverrsnitt gjennom en sfærisk vannbeholder der det på undersiden er montert et manometer. Det absolutte trykket i A er p_A, og i atmosfæren p_{atm}. Hg-nivået i venstre gren er ΔH_1 under A, og manometeravlesningen (Hg-nivådifferansen) er Δh_1.



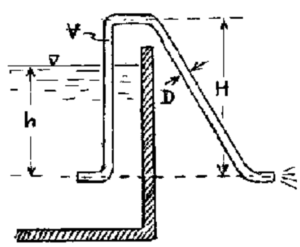
Så blir det absolutte trykket i A fordoblet til $2p_A$ (med samme tallverdi for p_A som før). Nytt venstre Hg-nivå i forhold til A blir ΔH_2, og ny manometeravlesning blir Δh_2.

a) Forklar at hvis $\Delta H_2 = \Delta H_1 + x$, så blir $\Delta h_2 = \Delta h_1 + 2x$.
b) Bruk hydrostatikkens grunnligning til å finne et uttrykk for p_A.
c) Finn så et uttrykk for $2p_A$ (etter trykkdoblingen). Sett inn for ΔH_2 og Δh_2.
d) Løs for x ved å eliminere p_A mellom ligningene fra b) og c).
e) Finn den numeriske verdien for Δh_2 ved å sette inn tallverdiene

$s_{\text{Hg}} = 13.56$ $\quad$ $p_{\text{atm}} = 99.549\,\text{kPa}$ ("lavtrykk") $\quad$ $\Delta H_1 = 5\,\text{m}$ $\quad$ $\Delta h_1 = 0.1\,\text{m}$

Oppgave 2

En vanntank skal tømmes ved hjelp av en hevert med samme indre diameter D overalt, og indre volum $\mathcal{V}$. Hevertbenene har knekk slik at vannet både suges inn og sprøytes ut horisontalt, i samme nivå h i forhold til vannflaten. Dens høydenivåforskjell er H. Det strømmende vannet *inni* heverten virker på heverten med kraften $\boldsymbol{F}$. Anta at vannet strømmer som en ideell væske. Tallverdier:



$h = 5\,\text{m}$ $\quad$ $D = 15\,\text{cm}$ $\quad$ $\mathcal{V} = 0.2043\,\text{m}^3$ $\quad$ $p_{\text{atm}} = 101.68\,\text{kPa}$ ("høytrykk")

a) Regn ut trykket $p_{1,\text{gauge}}$ i vannet akkurat i rørinnløpet i tanken.
b) Regn ut F_H, den horisontale komponenten av $\boldsymbol{F}$.
c) Regn ut F_V, den vertikale komponenten av $\boldsymbol{F}$. (Dvs. se bort fra oppdriften pga. omgivende vann.)
d) Hvilken verdi H_{maks} kan H maksimalt ha, med den oppgitte verdien for h, ved 20°C?

Oppgave 3

Følgende hastighetspotensial som forestiller en "fri virvel", er gitt i plane polarkoordinater (r, θ) som:

$$\phi = -\frac{\gamma}{2\pi}\theta \quad , \qquad \gamma \text{ konstant}$$

a) Vis at hastighetskomponentene blir

$$v_r = 0 \quad , \qquad v_t = \frac{\gamma}{2\pi}\frac{1}{r}$$

b) Sjekk om hastighetsfeltet kan oppfylle kontinuitetskravet for en inkompressibel ideell fluid.

c) Beregn virvlingen i et punkt utenfor origo. På hvilken måte er resultatet i overensstemmelse med at et hastighetspotensial ble oppgitt?

d) Beregn sirkulasjonen Γ langs en sirkel om origo med radius r.

e) Regn ut radiell komponent a_r og tangensiell komponent a_t av akselerasjonsvektoren $\boldsymbol{a}$ i et punkt utenfor origo. Hvilket fast punkt peker $\boldsymbol{a}$ alltid mot?

f) Tegn en skisse av strømlinjene, og sett på piler som viser strømretningen for $\gamma > 0$.

Oppgave 4

Anta at eksperimenter tyder på at motstandskraften F_S som en satellitt møter i jordens øvre atmosfære avhenger av luftmolekylenes midlere frie veilengde λ (med dimensjon lengde), lufttettheten ρ, satellittens diameter D og molekylhastigheten c. Uttrykk forsøksvis denne sammenhengen som et produkt av potenser, med K en dimensjonsløs tallfaktor:

$$F_S = K\lambda^a\rho^b D^d c^e$$

a) Bruk dimensjonsanalyse til å finne eksponentene, på én nær; velg a som den du ikke kan bestemme, og uttrykk eventuelt andre ved a. (Vis regningen! – Du trenger *ikke* bruke Π-teoremet.)

b) Vis at resultatet fra a) kan omskrives direkte til en relasjon mellom 2 dimensjonsløse grupper:

$$\frac{F_S}{\rho D^2 c^2} = \phi\left(\frac{\lambda}{D}\right) \ , \qquad \phi(x) = Kx^a$$

c) Anta at c har en gitt fast verdi, og at $\rho \propto \lambda^{-2}$. Man skal utføre to eksperimenter med forskjellige diametre D_1 og D_2, hvor $D_1/D_2 = 7/3$, men slik at λ/D har samme tallverdi i begge tilfelle. Hva blir da forutsagt verdi av forholdet $F_{S,1}/F_{S,2}$ mellom målte motstandskrefter i de to tilfellene?

Oppgave 5

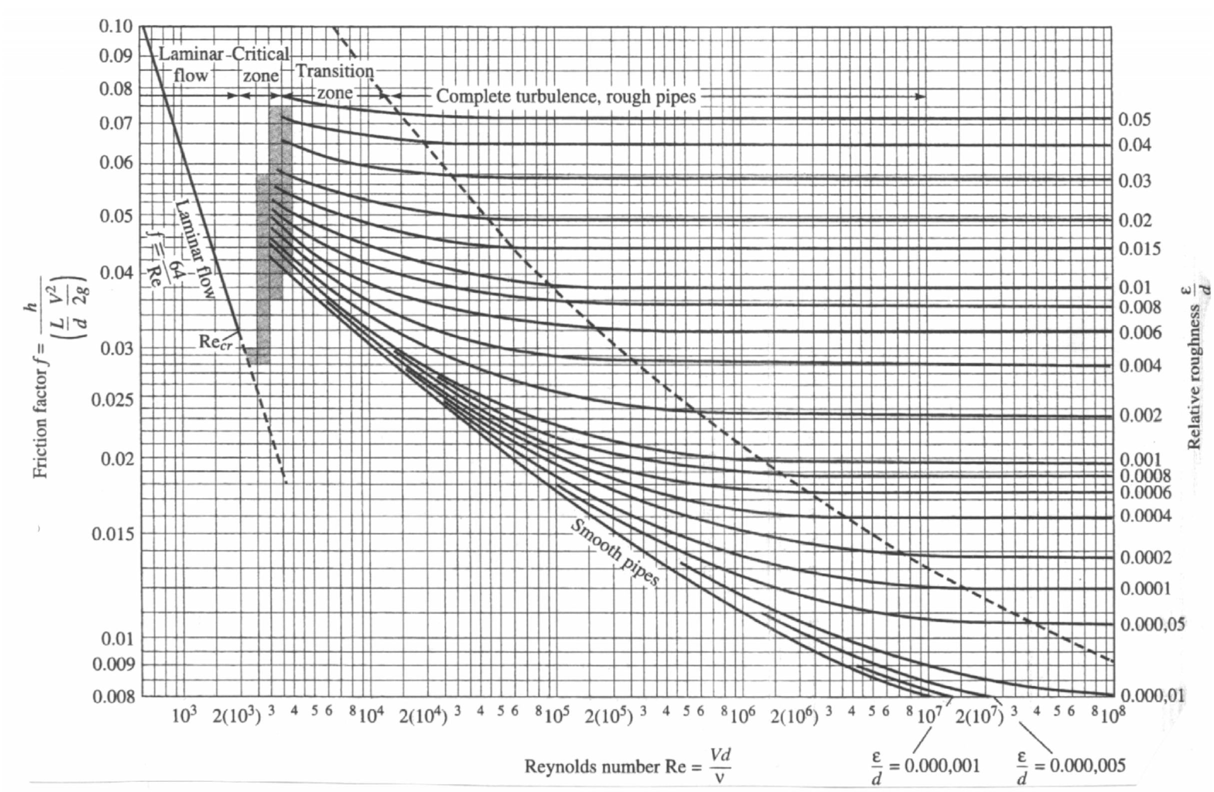
En olje med spesifikk tetthet s_{olje} og kinematisk viskositet ν_{olje} strømmer i et rør med diameter D, lengde L og relativ ruhet ϵ/D. Head-tapet i strømmen er h_L. Oppgitt:

$s_{\text{olje}} = 0.952$	$D = 30\,\text{cm}$	$\epsilon/D = 0.0002$
$\nu_{\text{olje}} = 2 \times 10^{-5}\,\text{m}^2\,/\text{s}$	$L = 112.9\,\text{m}$	$h_L = 9.034\,\text{m}$

a) Finn $V = V(f)$, formelsammenhengen mellom strømhastighet og friksjonsfaktor, med SI-tallverdier innsatt for alle de andre størrelsene.

b) Finn strømhastigheten V ved iterasjon. *Vis regningen!* (Velg f. eks. f's asymptotiske verdi for Re $\to \infty$ som startverdi f_{start}.)

c) Regn ut tapseffekten P_{tap} for strømmen i røret.



– God sommer –

Tillegg: Moody-diagram i større format

(samme figur som forrige side, 16 MB!)