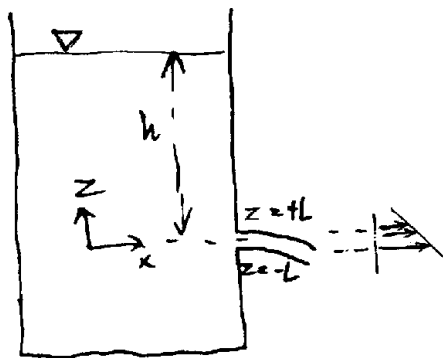


## D. Energibetraktninger ved stasjonær strøm

### Oppgave D.1

En sylindrisk tank med vertikal akse og radius  $R$ , åpen mot atmosfæren i toppen, er fylt til høyde  $H$  med en ideell inkompressibel væske. Midt i bunnen er det et lite hull med radius  $r$  som åpnes ved tiden  $t = 0$ . Beregn (i grensen  $r \ll R$ ) hvor lang tid  $T$  det tar før væskenivået har falt til høyden  $H/2$ .

### Oppgave D.2



En tank med en ideell væske har en vertikal spalte i en vegg, med horisontal bredde  $b$  og vertikal lengde  $2L$ . Anta at utstrøms hastighetsfordelingen over spalten kan approksimeres med

$$u(z) = \sqrt{2g(h-z)}$$

der  $h$  er vanndybden ned til spaltens sentrum, hvor  $z = 0$ .

a) Finn et uttrykk for den totale volumstrømraten  $Q$  gjennom spalten.

b) Finn grenseverdien av dette uttrykket for  $L \ll h$ .

### Oppgave D.3

Ved laminær strøm gjennom et sylindrisk tverrsnitt er hastighetsprofilen parabolisk,

$$u(r) = u_m(1 - (r/R)^2)$$

hvor  $u_{max}$  er maksimalhastigheten ved aksene,  $R$  er rørradien, og  $u(r)$  er hastighet ved radius  $r$ . Vis at

a) middelhastigheten  $V = \frac{1}{2}u_{max}$

b) energikorreksjonsfaktoren  $\alpha = 2$

(Tips: Bruk at  $dA = 2\pi r dr$  hvis tverrsnittsarealet deles opp i konsentriske sirkelstriper.)

### Oppgave D.4

Vi har en tilnærmet friksjonsløs vannstrøm gjennom et horisontalt konisk rør, fra enden med diameter  $d_1 = 0.6$  m til enden med diameter  $d_2 = 1.2$  m. Trykkhead i den smale enden er  $p_1/\rho g = 5$  m, og volumstrømraten  $Q = 3.6$  m<sup>3</sup>/s.

Beregn middelhastighetene i hver ende, samt trykkhead og trykk i den vide enden.

**Oppgave D.5**

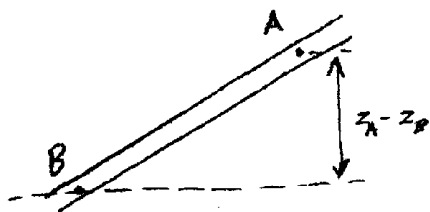
Et vertikalt rør med diameter  $d = 0.5$  m og lengde  $L = 20$  m har trykkhead  $p_1/\rho g = 5$  m ved øvre ende. Når det fører vann med hastighet  $V = 5$  m/s er tapshead  $h_L = 1.25$  m. Finn trykkhead i den nedre enden hvis strømmen går

- nedover,
- oppover.

**Oppgave D.6**

Et vertikalt konisk rør har endediametre  $d_1 = 0.5$  m og  $d_2 = 1.5$  m og er  $L = 15$  m langt, med den smale enden øverst. Trykkhead i den øvre enden er  $p_1/\rho g = 2.0$  m. For vannstrøm med  $V_1 = 10$  m/s (i den smale enden) antas det at  $h_L = 2.5$  m uansett strømmens retning. Beregn trykkhead i den nedre enden hvis strømmen går

- nedover,
- oppover.

**Oppgave D.7**

Det skrå røret  $AB$  på figuren har uniform diameter og fører en væskestrøm. Ellers oppgitt:

$$z_A - z_B = 8 \text{ m} \quad (A \text{ øverst})$$

$$s = 0.85$$

$$p_A = 150 \text{ kPa}$$

$$p_B = 250 \text{ kPa}$$

Hvor stort er energitapet pga. friksjon uttrykt som "head", og i hvilken retning går strømmen?

**Oppgave D.8**

En rørledning leder vann fra et basseng til et kraftverk, med et fall  $\Delta z = -250$  m fra bassengets overflate. Vannet slippes ut av en dyse med strålehastighet  $V = 68$  m/s og stråletykkelse  $d = 20$  cm. Beregn effekten som strålen kan levere, samt effekten tapt som friksjon i strømmen fra bassenget til dyseåpningen.

**Oppgave D.9**

En pumpe med virkningsgrad  $\eta = 0.90$  løfter vann gjennom et rør fra et basseng til et annet, med høydeforskjell  $\Delta z = 120$  m. Tapshead er  $h_L = 10$  m ved strømrates  $Q = 6.0 \text{ m}^3/\text{s}$ . Hvilken effekt  $P$  må tilføres til pumpen?

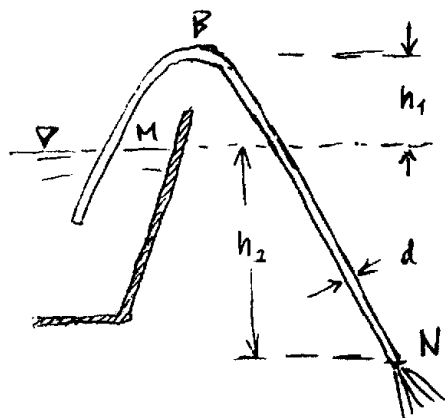
**Oppgave D.10**

En turbin ved enden av en rørledning har inntak  $\Delta z = -185$  m under vannbassengoverflaten. Ved volumstrømrates  $Q = 2.8 \text{ m}^3/\text{s}$  gir friksjonen en tapshead  $h_L = 7.6$  m. Turbinens effektivitet er  $\eta = 0.90$ . Hvilken effekt leveres av turbinakslingen?

### Oppgave D.11

En olje med  $s = 0.82$  kommer inn i en pumpe gjennom et rør med diameter  $d_1 = 20$  cm, med trykk  $p_1 = 40$  kPa. Den forlater pumpen med trykk  $p_2 = 125$  kPa gjennom et rør hvor  $d_2 = 15$  cm. Volumstrømraten er  $Q = 75$  l/s. Anta samme høydenivå ved inn- og utløpet. Beregn raten for mekanisk energitilførsel fra pumpen til oljen.

### Oppgave D.12



Heverten på figuren stikker opp av vannet til en høyde  $h_1 = 1.2$  m. Vannoverflaten har en høyde  $h_2 = 5$  m over hevertens utløp. Anta at hevertøret har uniform diameter  $d = 15$  cm, og at vannet strømmer friksjonsløst.

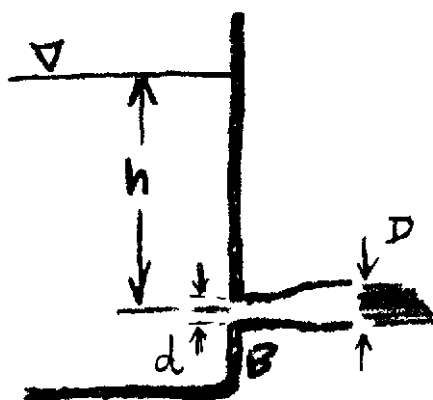
Finn volumstrømraten  $Q$  samt trykkhead  $p_{B,g}/\rho g$  ved  $B$ .

### Oppgave D.13

(Fortsettelse av forrige oppgave:)

Anta at minimalt tillatt gaugetrykkhead i heverten er  $(p_g/\rho g)_{\min} = -10$  m, og at høyre hevertben kan gjøres lenger. Hva blir da maksimal tillatt høydeforskjell  $H_{2\max}$  mellom nivåene  $B$  og  $N$ , hvis  $B$  fremdeles skal ha samme høyde over  $M$ ?

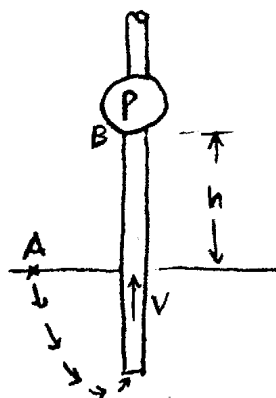
### Oppgave D.14



I tankveggen på figuren er det et hull ved  $B$ , med sentrum en høyde  $h = 3.5$  m under vannoverflaten og diameter  $d = 5$  cm. Et rør med økende diameter er påsatt slik at vannet strømmer ut i en stråle med diameter  $D = 6.5$  cm. Se bort fra alle friksjonstap. Beregn:

- Volumetrisk strømrates  $Q$  i strålen
- Trykkhead  $p_B/\rho g$  ved  $B$
- Strømraten  $Q'$  for det tilfellet at røret er kappet av ved  $B$

## Oppgave D.15



Pumpen på figuren trekker væske oppover gjennom inntaksrøret med hastighet  $V = 3 \text{ m/s}$ . Anta at friksjontapene utgjør en head  $h_L = (2/2g)V^2$  opp til pumpen, og at lufttrykket er  $p_{\text{atm}} = 100 \text{ kPa}$ . Beregn maksimalt tillatt verdi for pumpens høyde  $h$  over væskespeilet, hvis væsken er

- vann med  $20^\circ\text{C}$
- en bensin med  $p_{\text{vap}} = 50 \text{ kPa}$  og spesifikk vekt  $\gamma = 7 \text{ kN/m}^3$

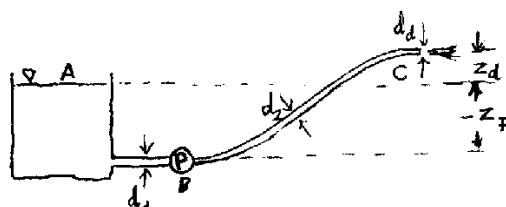
## Oppgave D.16

En rørledning leverer vann til en dyse som vist på figuren, med en pumpe ved uttaket i tanken. Den vertikale høydeforskjellen mellom pumpen og vannspeilet er  $z_P = -6 \text{ m}$ , og dysen står en høyde  $z_d = 3 \text{ m}$  over vannspeilet. Pumpen leverer en mekanisk effekt  $P = 10 \text{ kW}$  til vannet. Rørdiametrene og dysediameteren er henholdsvis  $d_1 = 15 \text{ cm}$ ,  $d_2 = 10 \text{ cm}$  og  $d_d = 7.5 \text{ cm}$ . Anta at tapshead i de to rørene kan approksimeres med

$$h_{L1} = \frac{5}{2g}V_1^2, \quad h_{L2} = \frac{12}{2g}V_2^2$$

der  $V_1$  og  $V_2$  er strømhastighetene i de to rørene. ( $h_{L2}$  antas å inkludere tap i dysen.) Beregn:

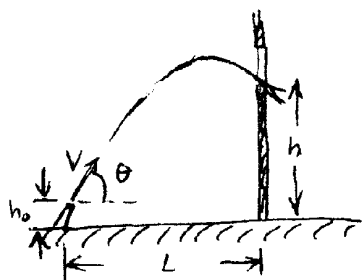
- Volumetrisk strømråde  $Q$
- Trykkhead ved pumpens sugeside



## Oppgave D.17

En ubåt beveger seg med  $V = 15 \text{ knop}$  ( $7.7 \text{ m/s}$ ) i en dybde  $h = 25 \text{ m}$  i saltvann ( $s = 1.025$ ). Beregn stagnasjonstrykket  $p_0$  på ubåtnesen.

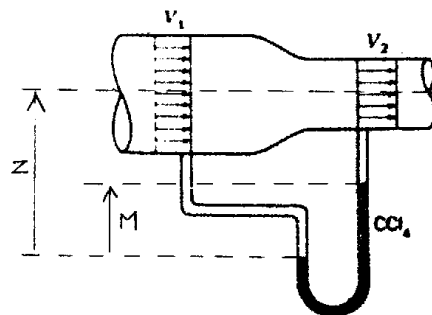
## Oppgave D.18



Vannstrålen fra en brannsprøyte som holdes i en høyde  $h_0 = 1.5$  m skal rettes mot et vindu i høyde  $h = 14$  m på en vegg  $L = 23$  m unna. Strålens utgangshastighet er  $V = 25$  m/s. Se bort fra luftfriksjon. Beregn verdien(e) av stigningsvinkelen  $\theta$  som gir "treff".

## Oppgave D.19

En ideell og inkompressibel fluid med tetthet  $\rho = 850$  kg/m<sup>3</sup> strømmes fra venstre mot høyre i et rør som har en innsnevring i diameteren. Hastighetene i tverrsnitt henholdsvis opp- og nedstrøms for innsnevringen er  $V_1 = 5$  m/s og  $V_2 = 18$  m/s. Trykket i oppstrøms tverrsnitt er  $p_1 = 850$  kPa. En manometeranordning måler trykkdifferansen, som vist i figuren. Den inneholder  $\text{CCl}_4$  (karbontetraklorid).



- Bestem manometeravlesningen  $M = M_{\text{piezo}}$ , høydedifferansen mellom nivåene i høyre og venstre gren.
- Hvilken verdi  $M = M_{\text{pitot}}$  ville vi hatt i stedet, hvis nedstrøms piezometerrør ble erstattet med et pitotrør?

Denne siden er  
med fullt overlegg  
(nesten) BLANK