

I. Stasjonær strøm i rør

Oppgave I.1

En olje med kinematisk viskositet 0.135 St flyter gjennom et rør med diameter 15 cm . Hva er (omtrentlig) øvre grense for strømhastigheten hvis strømmen skal være laminær?

Oppgave I.2

En fluid med temperatur 20°C flyter med strømrates $850 \text{ cm}^3/\text{s}$ gjennom et rør med diameter 8 cm . Bestem om strømmen er laminær eller turbulent hvis fluiden er a) hydrogen, b) luft, c) bensin, d) vann, e) kvikksølv eller f) glyserol.

Oppgave I.3

SAE 10 olje med temperatur 20°C flyter gjennom et rør med diameter 3 cm . Anslå innløpslengden for a) $Q = 1 \text{ l/s}$, b) $Q = 30 \text{ l/s}$.

Oppgave I.4

SAE 10 olje med 20°C flyter gjennom et glatt rør med diameter $D = 1 \text{ cm}$. Innløpslengden er funnet å være $L_e = 15 \text{ cm}$. Bestem oljens volumstrømrates Q uttrykt i m^3/h .

Oppgave I.5

a) Et sylindrisk rør og et kvadratisk firkantør har samme verdi for tverrsnittet. Hvilket har størst hydraulisk radius? Hvor mange prosent mindre er den minste?

b) Finn den hydrauliske radien til en rektangulær luftkanal med tverrsnitt $15 \text{ cm} \times 35 \text{ cm}$.

Oppgave I.6

Finn h_L/L , head-tapet pr. lengdeenhet av røret, når olje med $s = 0.9$ og $\nu = 0.00065 \text{ m}^2/\text{s}$ strømmer i et $D = 7.5 \text{ cm}$ rør med raten $Q = 0.30 \text{ l/s}$.

Oppgave I.7

En olje har kinematisk viskositet $\nu = 0.0005 \text{ m}^2/\text{s}$ og spesifikk vekt $\gamma = 9.11 \text{ kN/m}^3$. Hva blir head-tapet h_L og strømraten Q i et rør med lengde $L = 900 \text{ m}$ og diameter $D = 10 \text{ cm}$, hvis reynoldstallet $\text{Re} = 800$?

Oppgave I.8

I Navier-Stokes-ligningen kan vi splitte opp hastighetskomponenter og trykk i middelverdier og fluktuasjonsbidrag:

$$u = \bar{u} + u' \quad v = \bar{v} + v' \quad w = \bar{w} + w' \quad p = \bar{p} + p'$$

a) Vis at på grunn av kontinuitetsligningen kan vi skrive den konvektive akselerasjonen i hovedstrømmens retning (antatt som x -retning) på formen

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla) u = \frac{\partial}{\partial x}(u^2) + \frac{\partial}{\partial y}(uv) + \frac{\partial}{\partial z}(uw)$$

b) Vis at etter innsetting og tidsmidling kommer komponenten av Navier-Stokes-ligningen i hovedstrømmens retning over på formen

$$\rho \frac{D\bar{u}}{Dt} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \rho g_x + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \rho \overline{u'^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \rho \overline{u'w'} \right)$$

c) På bakgrunn av det ovenstående, si din mening om hvorfor en størrelse som $-\overline{u'v'}$ blir kalt Reynoldsspenning.

Oppgave I.9

Uttrykk ligningen for tykkelsen δ_l av det viskøse subsjiktet i turbulent rørstrøm

$$\frac{u}{u_*} = \frac{yu_*}{\nu} \bigg|_{y=\delta_l} = 5$$

ved rørdiameter D , friksjonsfaktor f og Reynoldstall Re . Sett deretter inn tallverdiene $s = 0.90$, $\mu = 0.04 \text{ Ns/m}^2$, $f = 0.034$, $D = 15 \text{ cm}$ og $Q = 60 \text{ l/s}$, og finn Re og δ_l .

Oppgave I.10

Anta (som først gjort Theodore von Kármán i 1930) at turbulent skjærspenning kan skrives som $\tau_{\text{turb}} = \epsilon du/dy$, der $\epsilon = \rho \kappa^2 y^2 du/dy$ er virvelviskositeten og $\kappa \approx 0.41$ er von Kármáns dimensjonsløse konstant. Anta videre at nær veggen (i utkanten av det viskøse subsjiktet) er $\tau_{\text{turb}} \approx \tau_0$. (u står her for gjennomsnittshastighet, i forenklet notasjon.)

Vis at av det kan man ved integrasjon utlede det logaritmiske hastighetsprofil

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{yu_*}{\nu} + C$$

for overgangssonen mellom det viskøse subsjiktet og den ytre strømmen, der u_* er hastighetsskalaen i det viskøse subsjiktet, y er avstanden fra veggen, og C er en konstant.

Oppgave I.11

Olje med $s = 0.82$ og viskositet $\mu = 0.0052 \text{ Ns/m}^2$ strømmer med raten $Q = 40 \text{ l/s}$ gjennom et rør med $D = 10 \text{ cm}$ og $e = 0.85 \text{ mm}$.

- Finn head-tapet pr. lengdeenhet av røret, h_L/L .
- Finn skjærspenningen ved rørveggen, τ_0 .
- Finn strømhastigheten u i avstand 2 cm fra rørets senterlinje.

d) Oppfører røret seg som helt ru, glatt, eller i overgangssonen, ved de gitte parameterverdien, ifølge Moody-diagrammet? Hvordan stemmer det med verdien for grensesjikttykkelsen, δ_l ?

Oppgave I.12

Når vann strømmes gjennom et gitt $D = 60$ cm rør med $Q = 0.1$ m³/s ved temperatur 10 °C, er head-tapet pr. rørlengdeenhet $h_L/L = 0.0003$ m/m. Oppgitt: $\mu_{\text{vann},10\text{C}} = 1.307 \cdot 10^{-3}$ Ns/m². (I denne oppgaven skal ikke f_{turb} finnes fra Moody-diagram eller parametriseringer.)

- Hva er verdien for f når vannet strømmes ved 10 °C?
- Hva blir head-tapet når glyserol strømmes med samme rate i samme rør ved 20 °C?

Oppgave I.13

Parafin med spesifikk tetthet $s = 0.81$ strømmes i et glatt messingrør med $D = 5$ cm med raten $Q = 0.60$ l/s. Oppgitt:

$$\nu_{26.5\text{C}} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad \nu_{50\text{C}} = 1.5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad e = 0.0015 \text{ mm} \quad (\text{tabellverdi messing})$$

Finn head-tapet pr. lengdeenhet av røret ved

- temperatur 26.5 °C,
- temperatur 50 °C.

Oppgave I.14 (“Type 1”)

Komprimert luft over vannet i tanken på figuren driver en strøm med rate Q gjennom rørarrangementet, som består av 3 rør med lengder L_1 , L_2 og L_3 , alle med samme diameter d . Rør 2 står vertikalt, 1 og 3 ligger horisontalt med nivåforskjell h_2 . Vannoverflaten i tanken ligger i et nivå h_1 over inntaket i rør 1. Strømmen ut av rør 3 danner en horisontal stråle ut i fri luft. Se bort fra “små” energitap, anta “glatt” strøm i rørene, og temperatur 20 °C. Oppgitt:

$$Q = 15 \text{ l/s} \\ d = 5 \text{ cm} \\ L_1 = 60 \text{ m}, L_2 = h_2 = 80 \text{ m}, L_3 = 30 \text{ m}$$

Hvilket gaugetrykk p_{1g} i den komprimerte luften over vannet trengs for å gi den nevnte verdien for strømraten?

Oppgave I.15 (“Type 2”)

Vann ved 15 °C strømmes i et støpejernsrør med diameter D , hvor strømmen forårsaker et head-tap h_L over en rørlengde L . Oppgitt:¹

$$D = 15 \text{ cm} \quad L = 100 \text{ m} \quad h_L = 0.25 \text{ m} \quad \nu_{\text{vann},15\text{C}} = 1.139 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad e = 0.25 \text{ mm}$$

¹Verdien for e finnes for eksempel i tabeller eller diagrammer i lærebøker.

Finn den volumetriske strømraten Q .

Oppgave I.16 (“Type 2”, variasjon av forrige oppgave)

Vann ved 15 °C strømmer gjennom et rør med indre tverrsnitt som en likesidet trekant med areal A , hvor strømmen forårsaker et head-tap h_L over en rørlengde L . Oppgitt:

$$A = 775 \text{ cm}^2 \quad h_L/L = 0.02 \text{ m/m} \quad \nu_{\text{vann}, 15\text{C}} = 1.139 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad e = 0.045 \text{ mm}$$

Finn omtrentlig verdi for den volumetriske strømraten Q .

Oppgave I.17 (“Type 2”)

Figuren viser en rørledning med lengde L og diameter D mellom to reservoarer med vann ved 20 °C. Høydedifferansen mellom overflatene er $\Delta z = z_2 - z_1$. Se bort fra “små” tap, og anta at røret kan betraktes som glatt. Oppgitt:

$$\begin{aligned} L &= 4500 \text{ m} \\ D &= 4 \text{ cm} \\ \Delta z &= -100 \text{ m} \end{aligned}$$

Finn volumstrømraten Q .

Oppgave I.18 (“Type 3”)

(Referer til figur i forrige oppgave:)

En rørledning med lengde L skal dimensjoneres for å føre olje med kinematisk viskositet ν med raten Q , fra en tank til en annen som ligger på et lavere høydenivå. Nivåforskjellen mellom overflatene er $\Delta z = z_2 - z_1$. Det antas at trykket over oljen i tankene er lik atmosfæretrykket, og at strømmen skal være tyngdedrevet, uten pumpe. Det skal brukes stålrør med kjent ruhet e . Oppgitt:

$$L = 4500 \text{ m} \quad e = 0.06 \text{ mm} \quad \Delta z = -80 \text{ m} \quad \nu = 6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \quad Q = 0.3 \text{ m}^3/\text{s}$$

Hvilken rørdiameter D ville du velge?

Oppgave I.19

Et rør med lengde L , diameter $D = 30 \text{ cm}$ og friksjonsfaktor $f = 0.02$ leder væske fra en tank til en annen med hastighet $V = 3 \text{ m/s}$. Røret har rettkantet (“flush”) tilslutning til tankveggenes innside ved både innløp og utløp, og rørutløpet ved den mottagende tanken er neddykket. Oppgitt:² $k_e = 0.5$.

Finn forholdet mellom de “små” tapene og tapet i selve røret, for a) $L = 1.5 \text{ m}$, b) $L = 30 \text{ m}$, c) $L = 600 \text{ m}$.

Oppgave I.20

²Standard tabellverdi for “flush” rørtilslutning.

Et rør med lengde L og diameter D leder fra et vannbasseng og ender i en dyse i et nivå z_2 , mens basseng-overflaten ligger på nivå z_1 . Dysen har tapskoeffisient k_d , og leder en stråle med diameter d ut i fri luft. Rørinnløpet ved tanken er rettkantet. Anta at rørstrømmen er i det “ru” området slik at friksjonsfaktoren f kan antas å være konstant hvis strømhastigheten varierer noe. Oppgitte tallverdier:

$$L = 180 \text{ m} \quad D = 20 \text{ cm} \quad \Delta z = z_2 - z_1 = -15 \text{ m} \quad f = 0.025 \quad k_e = 0.5 \quad k_d = 0.05$$

- Beregn d_{opt} , verdien av d som lar strålen bære maksimal effekt (som kinetisk energi).
- Beregn størrelsen P_{max} av denne maksimale effekten.

Oppgave I.21

Et rør med lengde L , diameter D og kjent f for strømmen som går, leder vann ut i fri luft ved et nivå $z_2 - z_1$ lavere enn overflaten i bassenget som røret leder fra. Det er nødvendig å n -doble strømraten gjennom røret ved å sette inn en pumpe som har effektivitet η . Anta at f holder seg tilnærmet konstant ved denne n -doblingen, og se bort fra “små” tap. Tallverdier:

$$\begin{aligned} L &= 3000 \text{ m} & f &= 0.038 \\ D &= 30 \text{ cm} & \eta &= 0.70 \\ z_2 - z_1 &= -4.5 \text{ m} & n &= 2 \end{aligned}$$

- Finn et uttrykk for h_P , energien pr. vektenhet som pumpen må tilføre til vannet. (Uten tallverdier innsatt.)
- Hvilken effekt P må tilføres til pumpen?

Oppgave I.22

En pumpe med horisontale inn- og utløpsrør leverer vannstrømraten Q . Rørene har diameter henholdsvis D_1 og D_2 . Gaugestrykket på inn- og utløpssiden, like ved pumpen, måles til \tilde{h}_{1g} og p_{2g} . Måleren på utløpssiden har nivåforskjell Δz i forhold til den på innløpssiden, begge forbundet til pumperørene med kontinuerlig vannsøyler. Oppgitt (venstre side har “gauge-vakuüm”):

$$\begin{aligned} Q &= 35 \text{ l/s} & \tilde{h}_{1g} &= -25 \text{ cm Hg} \\ D_1 &= 10 \text{ cm} & p_{2g} &= 175 \text{ kPa} \\ D_2 &= 7.5 \text{ cm} & \Delta z &= 60 \text{ cm} \end{aligned}$$

Beregn effekten som vannet får tilført fra pumpen.

Oppgave I.23

Figuren viser tre vannreservoarer som er forbundet med hvert sitt rør til et felles punkt, hvor et vertikalt stigerør har atmosfæretrykk over den frie vannoverflaten i røret. Rørene har lengder L_1 , L_2 og L_3 , og diametre D_1 , D_2 og D_3 . Reservoarene har overflatenivåer z_1 , z_2 og z_3 . Overflatenivået i stigerøret, z_0 , samt rørenes friksjonsfaktorer f_1 , f_2 og f_3 er ukjent. Rørene er av sveist stål og har ruhet e . Oppgitt:

$$\begin{array}{lll} L_1 = 900 \text{ m} & L_2 = 300 \text{ m} & L_3 = 1200 \text{ m} \\ D_1 = 60 \text{ cm} & D_2 = 45 \text{ cm} & D_3 = 40 \text{ cm} \\ z_1 = 30 \text{ m} & z_2 = 18 \text{ m} & z_3 = 0 \text{ m} \\ e = 0.046 \text{ mm} & \text{(fra tabell)} & \end{array}$$

Anta vanntemperatur 20°C , og at man kan se bort fra “små” tap.

- Strømmer vannet til eller fra reservoar 2?
- Beregn volumstrømratene Q_1 , Q_2 og Q_3 for de tre rørene.

Oppgave I.24

En rørledning har utløp i fri luft med nivåforskjell $\Delta z = z_2 - z_1$ i forhold til overflaten i vannbassenget den leder fra. Den består av to forskjellige rør i serie. Den første delen, nærmest bassenget, med lengde L_A , har diameter D_A , og den resterende delen har lengde L_B og diameter D_B , med brå tverrsnittsovergang ved skjøten mellom de to rørene. Innløpet til ledningen stikker innenfor bassengveggen. Rørskjøten har nivåforskjell $z_3 - z_1$ i forhold til bassengoverflaten. Friksjonsfaktorene er henholdsvis f_A og f_B , og tapskoeffisientene ved henholdsvis innløp og skjøt er k_e og k_c . Oppgitte tallverdier:³

$$\begin{array}{llllll} L_A = 150 \text{ m} & L_B = 90 \text{ m} & D_A = 30 \text{ cm} & D_B = 20 \text{ cm} & z_2 - z_1 = -45 \text{ m} & z_3 - z_1 = -35 \text{ m} \\ f_A = f_B = 0.04 & k_e = 0.8 & k_c = 0.24 & & & \end{array}$$

- Beregn volumstrømraten Q .
- Beregn trykket p'_3 i røret like etter rørskjøten.
- Beregn trykkfallet $p'_3 - p_3$ over rørskjøten.

Oppgave I.25

To lange parallelle rør fører stasjonære vannstrømmer mellom to vannbassenger med nivåforskjell $\Delta z = z_2 - z_1$ mellom overflatene. Diameteren for det ene røret, D_A , er n ganger så stor som diameteren D_B for det andre. Kall friksjonsfaktorene f_A og f_B . Anta at “små” tap er neglisjerbare.

Finn forholdet Q_A/Q_B mellom volumstrømratene.

³Verdiene for k_e og k_c er standard tabellverdier.

Oppgave I.26

Figuren viser en vanntank med et utløp, hvor rørene er betegnet med indeksene 1, 2, 3 og 4. Overflaten er betegnet med O , tankutløpet med A , forgreningspunktene med B og C , og vannutløpet til fri luft med D . Rørenes friksjonsfaktorer er f_1 , f_2 , f_3 og f_4 . Anta at vanntemperaturen er 20°C , og at man kan se bort fra “små” tap. Oppgitt:

$$\begin{array}{lll}
 L_1 = 500 \text{ m} & D_1 = 20 \text{ cm} & f_1 = 0.030 \\
 L_2 = 400 \text{ m} & D_2 = 10 \text{ cm} & f_2 = 0.020 \\
 L_3 = 300 \text{ m} & D_3 = 15 \text{ cm} & f_3 = 0.025 \\
 L_4 = 800 \text{ m} & D_4 = 30 \text{ cm} & f_4 = 0.018 \\
 z_O = 100 \text{ m} & & \\
 z_A = 80 \text{ m} & z_B = 50 \text{ m} & z_C = 40 \text{ m} & z_D = 15 \text{ m}
 \end{array}$$

- Beregn strømratene Q_i for alle rør i .
- Beregn trykkene p_B og p_C i de to forgreningspunktene.

Denne siden er
med fullt overlegg
(nesten) BLANK