



HØGSKOLEN
I STAVANGER

DET TEKNISK-VITENSKAPELIGE FAKULTET

EKSAMEN I: BIT180 Statistisk fysikk **DATO:** 10. mai 2004

TID FOR EKSAMEN: kl. 09-13 (4 timer)

TILLATTE HJELPEMIDDEL: Kalkulator, K.J. Knutsens og Rottmanns formelsamlinger

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 4 OPPGAVER PÅ 3 SIDER INKL. DENNE FORSIDEN

MERKNADER: —

OPPGITT:

$$\Omega = \frac{N!}{n!(N-n)!}, \quad S = k \ln \Omega$$

$$\ln N! \approx N \ln N - N \quad (N \gg 1)$$

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_{V,N}$$

$$Z = \sum_r e^{-\beta E_r} = \sum_{E_r} g(E_r) e^{-\beta E_r}, \quad p_r = \frac{1}{Z} e^{-\beta E_r}$$

$$\overline{E} = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z$$

$$C_V = \left(\frac{\partial \overline{E}}{\partial T} \right)_V$$

$$u(\omega, T) d\omega = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3 (e^{\beta \hbar \omega} - 1)} d\omega \quad (\omega = 2\pi\nu)$$

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V}, \quad K_P(T) = \Pi_i (P_i)^{\nu_i}$$

$$\int_0^\infty e^{-y} dy = 1$$

Oppgave 1

Schottky-defekten i en krystall består i at atomer har løsnet fra sine gitterposisjoner pga. termiske vibrasjoner og vandret til overflaten av krystallen. Anta en krystall med totalt N gitterposisjoner, i en tilstand hvorav n posisjoner er blitt tømt for sitt atom som har vandret til overflaten. Anta videre at de flyttede atomene har gitt krystallen et ekstra energibidrag $E(n) = n\epsilon$, hvor ϵ er en konstant.

- a) Finn den statistiske vekten for denne tilstanden.
- b) Vis ved eksplisitt regning at for $1 \ll n \ll N$ er

$$S(n) = k[N \ln N - N - n \ln n + n - (N - n) \ln(N - n) + (N - n)]$$

- c) Finn temperaturen ved termisk likevekt.
- d) Vis ut fra dette at

$$\frac{n}{N} = \frac{1}{e^{\beta\epsilon} + 1}, \quad \beta = \frac{1}{kT}$$

Oppgave 2

I en diatomisk gass har molekylene rotasjonsenerginivåer

$$\epsilon_r = \frac{\hbar^2}{2I} r(r+1), \quad r = 0, 1, 2, \dots$$

hvor nivået ϵ_r er $(2r+1)$ -foldig degenerert.

a) Finn det multiplikative bidraget Z_{rot} pr. molekyl til partisjonsfunksjonen for indre frihetsgrader. Skriv et eksplisitt uttrykk for summen.

b) I høytemperaturgrensen $kT \gg \hbar^2/2I$: Omform summen til integral. Vis at dette kan utregnes til å gi (bruk f. eks. variabelskift $x = r(r+1)$)

$$Z_{\text{rot}} = \frac{2I}{\beta \hbar^2}$$

c) Finn midlere rotasjonsenergi $\bar{\epsilon}_{\text{rot}}$ pr. molekyl i høytemperaturgrensen. (Hvor mange frihetsgrader tilsvarer dette resultatet?)

d) Finn rotasjonsbidraget C_{rot} til gassens molare varmekapasitet i høytemperaturgrensen.

e) For karbonmonoksid (CO) ved værelsestemperatur er $kT/(\hbar^2/2I)$ av størrelsesorden 10^3 . Hva kan du da slutte om verdien av gassens C_V , hvis det rene translasjonsbidraget er lik $3R/2$?

Oppgave 3

Når energispektret pr. frekvensenhet for svart hulromsstråling er kjent, kan energispektret pr. bølgelengdeenhet finnes ved

$$u(\lambda, T)d\lambda = u(\omega, T) \left| \frac{d\omega}{d\lambda} \right| d\lambda, \quad \omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$$

a) Vis ved regning at betingelsen for maksimum energi pr. bølgelengdeenhet blir

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^5}{e^x - 1} \right) = 0 \quad \left(x = \frac{2\pi\beta\hbar c}{\lambda} = \beta\hbar\omega \right)$$

b) Vis at den resulterer i

$$(5 - x)e^x = 5$$

(tilsvarende uttrykk for maksimum av energispekteret pr. frekvensenhet hadde 3 istedenfor 5).

c) Ved iterativ løsning finnes $x_\lambda^{\text{maks}} \approx 4.965$ og $x_\omega^{\text{maks}} \approx 2.822$. Beregn det tilsvarende produktet $\lambda_{\text{maks}}\omega_{\text{maks}}/2\pi$. Begrunn kort hvorfor dette ikke er helt lik lyshastigheten c , dvs. at toppene i de to spektrene ikke er helt samsvarende.

Oppgave 4

a) Beskriv hva som menes med begrepene makrotilstand og mikrotilstand.

b) Utled relasjonen for midlere energi side 1.

c) Forklar kort hva Joule-Thomson-effekten er.

d) Hvilke stoffmengder må størrelsene på høyre side i Clausius-Clapeyrons ligning referere til?

e) For massevirkningsloven på partialtrykksform: Skriv ned en generell reaksjonsligning som viser hva størrelsene refererer til.

– God sommer –