

BIT 390 – Energifysikk
Regneøvelser høsten 2011.

Oppgavesett 5 til 29.09 2011

OPPGAVE 17:

I fjell øker temperaturen med dybden z (regnet positiv nedover!) etter loven:

$$T(z) = T_0 + Gz,$$

der G er temperaturgradienten og T_0 temperaturen på overflaten.

a) Vis at dette er en løsning av varmeledning ligningen, lign. (3.6) i læreboken.

Typiske verdier for G for fast fjell er 20–25 K/km, men høyere verdier kan forekomme noen steder, selv utenfor områder med vulkansk aktivitet. Slike steder er potensielt godt egnede som geotermiske energikilder. I denne oppgaven regner vi at granitt har tettheten $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$, varmeledningsevnen $\lambda = 2.5 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ og spesifikk varmekapasitet $c = 830 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$, og at vi betrakter et potensielt reservoar med temperaturgradienten $G = 40 \text{ K/km}$. Bakketemperaturen kan antas å være $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

b) Hva er det største dybet vi kan utnytte varmen fra dersom vi vil benytte (flytende) vann ved atmosfæretrykk til å transportere varmen ut av reservoaret.

c) Ved å benytte vann under trykk kan vi gå til høyere temperaturer. Hva er det størst tenkelige dypet vi kan gå til ved å bruke vann i dette reservoaret? Vann har en kritisk temperatur på $T_c = 374^\circ\text{C}$.

d) Vis at den samlede energiinnholdet per areal i fjellet ned til en dybde z kan skrives som

$$q_0 = \frac{Q_0}{A} = \frac{\rho c G z^2}{2}.$$

Hvor stor tilgjengelig energi finnes ned til en dybde $z_m = 7.0 \text{ km}$, dersom du regner at all varme med $T > T_0$ kan utnyttes. Angi svaret i enheten kWh/km².

e) I virkeligheten kan vi ikke utnytte energien hvis temperaturen i fjellet er for nær T_0 . På hvilket dyp kan vi begynne å utvinne varme dersom den laveste temperaturen vi kan utnytte er T_1 , der $T_1 - T_0 = 80 \text{ K}$? Finn også hvor stor energi som nå er tilgjengelig.

OPPGAVE 18:

Vi skal se på hvordan temperaturen i bakken varierer med årstidene. Dette er for eksempel av interesse ved planlegging av reservoarer for varmepumper. En kan vise at en generelle løsning av varmeledning ligningen for problemer der temperaturen i middel forblir konstant har formen:

$$T(t, z) = T_0 + Gz + Ae^{-kz} \cos(\omega t - kz + \phi_1) + Be^{kz} \cos(\omega t + kz + \phi_2).$$

Her er $k = \sqrt{\omega\rho c/2\lambda}$, hvor ρ er tettheten, λ varmeledningsevnen og c den spesifikke varmekapasiteten til jorden i bakken, mens ω er vinkelfrekvens som må bestemmes fra randbetingelsene og A , B , ϕ_1 og ϕ_2 er integrasjonskonstanter. [Den mest generelle løsningen er en sum av løsninger av denne typen for forskjellige verdier av ω .] I det følgende skal vi se bort fra det andre leddet, Gz , som beskriver varmestrømmen fra jordens indre, og som diskuteres i oppgave 17.

- a) Bruk den oppgitte løsningen til å finne et uttrykk for temperaturen i bakken i dybden z (regnet positiv *nedover*), dersom temperaturen på overflaten ($z = 0$) er gitt av:

$$T(t, 0) = T_0 + \Delta T \cos \Omega t,$$

der $\Omega = 2\pi/t_0$, med $t_0 = 1 \text{ år} = 31.6 \cdot 10^6 \text{ s}$ og ΔT er amplituden til den gjennomsnittlige døgntemperaturen i løpet av året, mens tiden t regnes fra årets varmeste dag.

- b) For en viss dybde finner en at temperaturvariasjonen i løpet av året er i *motfase* med bakketemperatur. Finn et uttrykk for denne dybden, og bestem den for:

Granitt: $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$, $c = 830 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$, $\lambda = 2.5 \text{ W/m}\cdot\text{K}$.

Tørr sand: $\rho = 1800 \text{ kg/m}^3$, $c = 840 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$, $\lambda = 0.35 \text{ W/m}\cdot\text{K}$.

Våt jord: $\rho = 1600 \text{ kg/m}^3$, $c = 1500 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$, $\lambda = 1.0 \text{ W/m}\cdot\text{K}$.

Vann (ekstremt våt jord) : $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $c = 4800 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$, $\lambda = 0.60 \text{ W/m}\cdot\text{K}$.

- c) Hva er temperaturamplituden på det dypet som er bestemt i forrige punkt for de fire jordartene, dersom $\Delta T = 20^\circ\text{C}$?

EKAMENSPPGAVE 1, 2010H.