UNIVERSITETET I STAVANGER

INSTITUTT FOR MATEMATIKK OG NATURVITENSKAP

Løsningsforslag, BIT 390 – Energifysikk høsten 2011

Oppgavesett 3 til 15.09 2011

OPPGAVE 9:

a) Av lign. (2.5a) i tillegget til forelesningene for 12.9 2011 ser vi at solens luminositet kan skrives som $L = 4\pi r_0^2 S_0$. På den annen side sier Stefan Boltzmanns lov at $L = \epsilon\sigma T_S^4 O_S$, der $O = 4\pi R_S^2$. Kombinerer vi disse ligningene, og antar $\epsilon = 1$, har vi:

$$L = 4\pi r_0^2 S_0 = 4\pi\sigma T_S^4 R_S^2 \qquad \Longrightarrow \qquad T_S = \left(\frac{S_0 r_0^2}{\sigma R_S^2}\right)^{1/4} = 5776\,K\,.$$

b En enkel geometrisk betraktning sammen med resultatet i forrige punkt gir:

$$\tan\frac{\delta}{2} = \frac{R_S}{r_0} \qquad \Longrightarrow \qquad T_S = \left(\frac{S_0}{\sigma\tan^2(\delta/2)}\right)^{1/4} = 5776\,K\,.$$

[Siden $\delta/2 \ll 1\,\text{rad}$, kunne vi her brukt tilnærmelsen $\tan x \approx x$.]

OPPGAVE 10:

a) Siden $S_0 = L/4\pi r_0^2$, der L er solens luminositet og $e = 0.0167$, finner vi:

$$S_p = \frac{L}{4\pi r_p^2} = \frac{L}{4\pi r_0^2}\frac{1}{(1-e)^2} = \frac{S_0}{(1-e)^2} = 1412\,\text{W/m}^2\,,$$
$$S_a = \frac{L}{4\pi r_a^2} = \frac{L}{4\pi r_0^2}\frac{1}{(1+e)^2} = \frac{S_0}{(1+e)^2} = 1321\,\text{W/m}^2\,,$$

b) Hvis vi setter $a = -2$ i den oppgitte formelen (binomialteoremet), finner vi $(1+x)^{-2} \approx 1-2x$, så:

$$S = \frac{L}{4\pi r^2} = \frac{S_0}{(1+e)^2} \approx S_0(1-2e)\,.$$

c) Kombinerer vi resultatene fra a) og b), ser vi at vi har $S_p \approx S_0(1+2e)$ og $S_a \approx S_0(1-2e)$. En periodisk funksjon med bare en enkelt periode kan alltid skrives:

$$S \approx S_0 + s\cos(2\pi(t-t_0)/T)\,,$$

der s er amplituden og t_o tidspunktet for maksimum (perihel). Skal denne formelen stemme over ens med resultatene i a) og b) ved perihel og aphel, ser vi at vi må ha $s = 2eS_0$, og vi får den oppgitte formelen.

OPPGAVE 11:

a) Med L som solens luminositet, $S_0 = 1366\,\text{W/m}^2$ og $r_0 = 1\,\text{AU}$, har vi den midlere solkonstanten på Mars som:

$$L = 4\pi r_0^2 S_0 = 4\pi r_M^2 S_M \qquad \Longrightarrow \qquad S_M = S_0\left(\frac{R_0}{R_M}\right)^2 = 591\,\text{W/m}^2\,.$$

b) Av resultatene fra oppgave 2a) anvendt på mars, har vi

$$\frac{S_p}{S_a} = \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^2 = 1.45\,.$$

Følgelig endrer solarkonstanten seg på mars med 45 % i løpet av året.

OPPGAVE 12:

a) Den 1. september er den 244. dagen i året, $n = 244$.

b) Fra resultatet i forrige punkt og lign. (2.6) i læreboken, har vi solens deklinasjon som:

$$\delta = 23.45^\circ \cdot \sin\left[(284+n)\frac{2\pi}{365}\right] = 7.7^\circ = 0.135\,(\text{radianer})\,.$$

Med $\phi = 59.0^\circ = 1.03\,\text{rad}$ og siden kl. 12:00 soltid tilsvarer $\omega = 0$, har vi av lign. (2.8) solhøyden som:

$$\sin\alpha = \cos\theta_z = \sin\delta\sin\phi + \cos\delta\cos\phi = \cos(\phi-\delta) = 0.626\,,$$
$$\alpha = \arcsin 0.626 = 0.676 = 38.8^\circ\,.$$

c) Siden normaltiden vår er basert på lengdegraden $\lambda_0 = 15^\circ$, som er øst for Stavanger, har solen ennå ikke nådd meridianen (middagshøyden) i Stavanger når klokken viser 12:00 (husk at solen står opp i øst!). Timevinkelen ved dette tidspunktet blir $\omega = \lambda - \lambda_0 = -9^\circ$. Siden solens vinkelhastighet er $\Omega = 15^\circ/\text{h}$, så blir midlere soltid:

$$12.0\,\text{h} + \frac{\omega}{\Omega} = 11.4\,\text{h} = 11{:}24.$$

Den 1. september har vi fortsatt sommertid, dvs. vi har stilt klokkene våre en time frem. Det betyr at klokken viser en time mer enn normaltiden, så når den viser 12:00, er sann soltid i Stavanger 10:24.

d) Fra forrige punkt har vi at når klokken viser 12:00 sommertid, behøver solen enda 1 time 26 minutter $= 1.6$ timer for å nå meridianen. Med $t = -1.6\,\text{h}$ og $\omega = -\Omega t = 24.0^\circ = 0.419\,\text{rad}$, får vi av lign. (2.8):

$$\sin\alpha = \cos\theta_z = \sin\delta\sin\phi + \cos\delta\cos\phi\cos\omega = 0.581\,,$$
$$\alpha = \arcsin 0.473 = 0.620 = 35.5^\circ\,.$$

OPPGAVE 13:

Kl. 14.00 soltid den 20. september tilsvarer $\omega = -30^\circ = -\pi/6$ ($\omega < 0$ etter kl 12:00!). Den 20. september er dag $n = 263$ (19 dager etter datoen i forrige oppgave), og vi finner deklinasjonen δ som:

$$\delta = 23.45^\circ \cdot \sin\left[(284+n)\frac{2\pi}{365}\right] = 0.20^\circ = 3.5\cdot 10^{-3}(\text{radianer})\,.$$

(Vi har $\delta \approx 0$, siden 20 september er nær høstjevndøgn!). Videre tilsvarer retningen sørvest $\gamma = -45^\circ = -\pi/4$ (eller $\gamma = 315^\circ$) mens $v = 70^\circ$ og $\phi = 69^\circ$. Da gir lign. (2.7) i læreboken:

$$\begin{aligned}\cos\theta &= \sin\delta\sin\phi\cos v - \sin\delta\cos\phi\sin v\cos\gamma + \cos\delta\cos\phi\cos v\cos\omega\\ &\quad + \cos\delta\sin\phi\sin v\cos\gamma\cos\omega + \cos\delta\sin v\sin\gamma\sin\omega = 0.976\,,\\ \theta &= \arccos 0.976 = 0.220 = 12.6^\circ\,.\end{aligned}$$