UNIVERSITETET I STAVANGER
Institutt for matematikk og naturvitenska p

Løsningsforslag, BIT 390 – Energifysikk høsten 2011

Oppgavesett til 1/9 2011

Oppgave 1:

a) Fra tabell A.1 i tillegg A har vi at $1\,\mathrm{kWh} = 3.6 \cdot 10^6\,\mathrm{J}$ (siden $1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{Ws}$ og det er $3\,600\,\mathrm{s}$ i en time). Dvs.:

$$E = 44\,700\,\mathrm{GWh} = 44.7 \cdot 10^9\,\mathrm{kWh} = 1.61 \cdot 10^{17}\mathrm{J} = 161\,\mathrm{PJ}\,.$$

b) Tabellen gir at $1\,\mathrm{J} = 3.169 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W}\cdot$ år, så:

$$E = 1.61 \cdot 10^{17}\mathrm{J} = 5.10 \cdot 10^9\,\mathrm{W} \cdot \text{ år} = 5.10\ \mathrm{GW} \cdot \text{ år}\,.$$

Alternativt kan vi selvsagt bruke at $1\,\mathrm{kWh} = 0.1141\,\mathrm{W}\cdot$ år.

c) Av tabell A.2 i tillegg A ser vi at når 1 tonn TNT eksploderer, frigjøres det rundt 4 GJ energi. Dette betyr at energien E tilsvarer:

$$\frac{1.61 \cdot 10^{17}}{4 \cdot 10^9}\ \text{tonn TNT} = 40\,\text{megatonn TNT}\,.$$

Dvs. at alle norske husholdningers energiforbruk i et år tilsvarer energien som en enkelt stor vannstoffbombe frigjør. [Den største vannstoffbomben som er prøvesprengt var på ca 50 megatonn TNT.]

d) Det årlige gjennomsnittsforbruket pr husstand blir:

$$\varepsilon = \frac{44\,700}{2.07 \cdot 10^6}\ \mathrm{GWh} = 21\,600\,\mathrm{kWh}\,.$$

e) Det enkleste er å regne om resultatet i forrige punkt til enheten W· år. Med en elektrisk andel på $f = 78\,\%$ og bruk av tabell A.1 får vi:

$$\varepsilon_\mathrm{e} = f\varepsilon = 16\,800\,\mathrm{kWh}\ = 1\,920\,\mathrm{W} \cdot \text{ år}\,.$$

Gjennomsnittsforbruket av elektrisitet i løpet av året blir altså $1\,920\,\mathrm{W} = 1.92\,\mathrm{kW}$.

Oppgave 2:

Energien som en lyspære som brenner i et år forbruker er (se tabell A.1):

$$E = 100\,\mathrm{W} \cdot 1\,\text{år} = 100\,\mathrm{W} \cdot \text{ år} = 3.2\,\mathrm{GJ}.$$

Dersom virkningsgraden på kullkraftverket er $\eta = 0.40$ og kullets spesifikke brennverdi $\Delta H = 24\,\mathrm{MJ/kg}$, får vi mengden av kull som:

$$m = \frac{E}{\eta \Delta H} = \frac{3.2 \cdot 10^9}{0.40 \cdot 24 \cdot 10^6}\,\mathrm{kg} = 330\,\mathrm{kg}\,.$$

Oppgave 3:

a+b) Varmepumpen må yte effekten $\dot{Q}$ for å kompensere for varmetapet. Den nødvendige motoreffekten blir da $P_C = \dot{Q}/V$, der varmefaktoren $V = V_\mathrm{max} = T_i/(T_i - T_u)$ for en Carnot-maskin ($T_i = 293\,\mathrm{K}$):

$$P_C = \frac{\dot{Q}}{V_\mathrm{max}} = \frac{C(T_i - T_u)^2}{T_i} = 1.4\,\mathrm{kW}\,.$$

Vi ser at $P_C \propto (T_i - T_u)^2$.

c) Vi har nå at ($T_u = 273\,\mathrm{K}$)

$$V = K + 1 = 0.5K_{\max} + 1 = \frac{0.5T_u}{T_i - T_u} + 1 = 7.8\,.$$

Siden varmestrømmen er $\dot{Q} = C(T_i - T_u) = 20\,\mathrm{kW}$, blir:

$$P = \frac{\dot{Q}}{V} = \frac{C(T_i - T_u)}{V} = 2.6\,\mathrm{kW}\,.$$

d) Nå er $T_u = 263\,\mathrm{K}$, så $\dot{Q} = C(T_i - T_u) = 30\,\mathrm{kW}$, og.

$$V = K + 1 = 0.5K_{\max} + 1 = \frac{0.5T_u}{T_i - T_u} + 1 = 5.4\,,$$

$$P = \frac{\dot{Q}}{V} = \frac{C(T_i - T_u)}{V} = 5.6\,\mathrm{kW}\,.$$

e) Nå er varmestrømmen $\dot{Q} = 30\,\mathrm{kW}$ som i d), siden T_u er den samme, men varmen tas fra jorden, som har temperaturen $T_j = 0\,^\circ\mathrm{C}$, så $V = 7.8$ blir som i c). Dette gir:

$$P = \frac{\dot{Q}}{V} = 3.8\,\mathrm{kW}\,.$$

Oppgave 4:

a) Vi finner av tabell 1.1 i læreboken:

$$\Delta H = 2\Delta H^\theta_{\mathrm{H_2O\ (damp)}} - 2\Delta H^\theta_{\mathrm{H_2}} - \Delta H^\theta_{\mathrm{O_2}} = [2(-241.8) - 2\cdot 0 - 0]\ \mathrm{kJ/mol} = -483.6\,\mathrm{kJ/mol}\,,$$

$$\Delta G = 2\Delta G^\theta_{\mathrm{H_2O\ (damp)}} - 2\Delta G^\theta_{\mathrm{H_2}} - \Delta G^\theta_{\mathrm{O_2}} = [2(-228.6) - 2\cdot 0 - 0]\ \mathrm{kJ/mol} = -457.2\,\mathrm{kJ/mol}\,,$$

$$\Delta S = 2\Delta S^\theta_{\mathrm{H_2O\ (damp)}} - 2\Delta S^\theta_{\mathrm{H_2}} - \Delta S^\theta_{\mathrm{O_2}} = [2\cdot 188.8 - 2\cdot 130.7 - 205.2]\ \mathrm{J/K{\cdot}mol} = -89.0\,\mathrm{J/K{\cdot}mol}\,.$$

Det er en liten trykkfeil for verdien på ΔS i tabell 1.2 i læreboken. Dette gir den maksimale virkningsgraden som:

$$\eta_{\max} = \frac{\Delta G}{\Delta H} = 0.945 = 94.5\,\%\,.$$

b) Dersom vi antar at ΔH og ΔS er temperaturuavhengige, vil $\eta_{\max}$ bli 0, dvs. reaksjonsretningen snur, når $\Delta G = \Delta H - T\Delta S = 0$, altså når:

$$T = \frac{\Delta H}{\Delta S} = \frac{483.5\cdot 10^3}{89.0}\,K = 5\,433\,K.$$

(igjen er det en liten trykkfeil i læreboken). [Dette svaret er fullstendig urimelig, reaksjonen begynner å gå den andre veien, slik at vann dissosieres, ved rundt 2 300 K. Karbonmonoksyd (CO, kullos) er det molekylet som har høyest kjent dissosiasjonstemperatur, 4 240 K.]

c) Vi finner for $T = 1\,000\,^\circ\mathrm{C} = 1\,273\,\mathrm{K}$:

$$\Delta G(T) = \Delta H - T\Delta S = \left[-483.6\cdot 10^3 - 1273(-89.0)\right]\ \mathrm{J/mol} = -370.3\,\mathrm{kJ/mol}\,.$$

Dette gir:

$$\eta_{\max}(T) = \frac{\Delta G(T)}{\Delta H} = 0.766 = 76.6\,\%\,.$$

Virkningsgraden faller altså når vi øker T.

d) Vi tar nå hensyn til temperaturavhengigheten til ΔH og ΔS også. Da får vi ($T_0 = 298\,\mathrm{K}$, se læreboken):

$$\begin{aligned}
\Delta H^\theta_{\mathrm{H_2O\ (damp)}}(T) &= \Delta H^\theta_{\mathrm{H_2O\ (damp)}} + C_p^2(T - T_0) = \big[-241.8\cdot 10^3 + 34(1273-298)\big]\ \mathrm{J/mol} \\
&= -208.7\,\mathrm{kJ/mol}\,, \\
\Delta H^\theta_{\mathrm{H_2}}(T) &= \Delta H^\theta_{\mathrm{H_2}} + C_p^1(T - T_0) = [0 + 29(1273-298)]\ \mathrm{J/mol} = 28.3\,\mathrm{kJ/mol}\,, \\
\Delta H^\theta_{\mathrm{O_2}}(T) &= \Delta H^\theta_{\mathrm{H_2}}(T) = 28.3\,\mathrm{kJ/mol}\,, \\
\Delta S^\theta_{\mathrm{H_2O\ (damp)}}(T) &= \Delta S^\theta_{\mathrm{H_2O\ (damp)}} + C_p^2 \ln\frac{T}{T_0} = \left[188.8 + 34\ln\frac{1273}{298}\right]\ \mathrm{J/K{\cdot}mol} = 238.2\,\mathrm{J/K{\cdot}mol}\,, \\
\Delta S^\theta_{\mathrm{H_2}}(T) &= \Delta S^\theta_{\mathrm{H_2}} + C_p^1 \ln\frac{T}{T_0} = \left[130.7 + 29\ln\frac{1273}{298}\right]\ \mathrm{J/K{\cdot}mol} = 172.8\,\mathrm{J/K{\cdot}mol}\,, \\
\Delta S^\theta_{\mathrm{O_2}}(T) &= \Delta S^\theta_{\mathrm{O_2}} + C_p^1 \ln\frac{T}{T_0} = \left[205.2 + 29\ln\frac{1273}{298}\right]\ \mathrm{J/K{\cdot}mol} = 247.3\,\mathrm{J/K{\cdot}mol}\,.
\end{aligned}$$

e) Vi gjentar beregningene i punkt a) for $\Delta H(T)$ og $\Delta S(T)$ ved temperaturen T:

$$\begin{aligned}
\Delta H(T) &= [2(-208.7) - 2\cdot 28.3 - 28.3]\ \mathrm{kJ/mol} = -502.3\,\mathrm{kJ/mol}\,, \\
\Delta S(T) &= [2\cdot 238.2 - 2\cdot 172.8 - 247.3]\ \mathrm{J/K{\cdot}mol} = -116.5\,\mathrm{J/K{\cdot}mol}\,.
\end{aligned}$$

For $\Delta G(T)$ bruker vi formelen fra tillegget til forelesningsnotatene for 25.08 2011:

$$\begin{aligned}
\Delta G(T) &= 2\Delta G^\theta_{\mathrm{H_2O\ (damp)}}(T) - 2\Delta G^\theta_{\mathrm{H_2}}(T) - \Delta G^\theta_{\mathrm{O_2}}(T) \\
&= \Delta G - (T - T_0)(\Delta S - 2C_p^2 + 2C_p^1 + C_p^1) - (2C_p^2 - 2C_p^1 - C_p^1)\,T\ln\frac{T}{T_0} \\
&= \left[-457.2\cdot 10^3 - (1273-298)(-89.0 - 2\cdot 34 + 3\cdot 29) - 1293(2\cdot 34 - 3\cdot 29)\ln\frac{1273}{298}\right]\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}} \\
&= -353.3\,\mathrm{kJ/mol}\,,
\end{aligned}$$

Den maksimale virkningsgraden ved $T = 1\,000\,^\circ\mathrm{C}$ blir altså:

$$\eta_{\max} = \frac{\Delta G(T)}{\Delta H(T)} = 0.703 = 70.3\,\%\,.$$

Dette er tydelig lavere enn den verdien vi fant i punkt c), og stemmer omtrent med verdien som kan finnes fra tabell 1.3 i boken: $\eta_{\max} = 0.714$, funnet ved lineær interpolasjon i intervallet $1\,000\,\mathrm{K} - 2\,000\,\mathrm{K}$.

[Det er nødvendig med mer regning i denne oppgaven enn det passer seg for en eksamensoppgave!]