Per Amund Amundsen
Institutt for matematikk og naturvitenskap
UNIVERSITETET I STAVANGER

Notater til forelesningene i BIT 390 Energifysikk 05.09 2011

Tillegg og kommentarer til læreboken *Fysikk og energiressurser* av Øyvin Holter, Finn Ingebretsen og Hugo Parr (3. utgave, 2010).

1.7.1

I dette og de neste avsnittene bruker boken definisjonen $\Delta T = T_2 - T_1$, der $T_2 = T_L < T_1 = T_H$, så $\Delta T < 0$. I de fleste praktiske sammenhenger er det mer bekvemt å definere $\Delta T = T_1 - T_2 = T_H - T_L > 0$, så lign. (1.38) lyder

$$\dot{Q}_A = \lambda A \frac{\Delta T}{d}\,,' \tag{1.38a}$$

der alle størrelsene er positive. Dette fører til at minustegnene forsvinner i ligningene for $\dot{Q}$ fremover, og jeg skal holde meg til denne definisjonen i disse forelesningsnotatene når vi snakker om varmeovergang. Merk også at læreboken av og til bruker $\dot{Q}$ for varmestrøm per areal (varmefluks), og $\dot{Q}_A = A\dot{Q}$ for den samlede varmestrømmen. Jeg finner det greiere å bare konsistent å bruke $\dot{Q}$ for den samlede varmestrømmen, og ta med arealet A eksplisitt i formlene.

Varmeresistansen (varmemotstanden) var definert som:

$$K = \frac{d}{\lambda A} = \frac{1}{kA}\,, \tag{1.38b}$$

der k er k-verdien. Vi kan følgelig skrive lign. (3.38a) som ($\dot{Q}$ er her bokens $\dot{Q}_A$):

$$\Delta T = K\dot{Q}\,. \tag{1.38c}$$

Dette er analogt til Ohms lov: Temperaturfallet ΔT er analogt med den elektriske spenningen, og driver varmestrømmen $\dot{Q}$ gjennom varmemotstanden K.

Hvis varmen går gjennom flere lag med forskjellige materialegenskaper (f. eks. glass og luft i et dobbeltvindu), er det samlede temperaturfallet lik summen av temperaturfallene gjennom hvert lag, mens det er samme varmestrøm $\dot{Q}$ som går gjennom hvert lag. Vi har altså:

$$\Delta T = \sum_i \Delta T_i = \dot{Q}\sum_i K_i \stackrel{\text{def}}{=} K\dot{Q}\,, \tag{1.39a}$$

så vi har at den samlede varmeresistansen for en "seriekobling" som:

$$K = \sum_i K_i = \frac{1}{A}\sum \frac{1}{k_i} = \frac{1}{kA}\,, \tag{1.39b}$$

der vi har antatt at alle lagene har samme tverrsnittsareal A. Dette gir bokens lign. (1.39).

Derom varmen i stedet kan gå flere alternative veier med samme temperaturfall ΔT, har vi i stedet "parallellkobling". Dette er f. eks. situasjonen i et hus: Varmen går enten gjennom veggene eller gjennom vinduene eller gjennom taket eller .... Det samlede varmetapet er altså summen av varmetapene for de forskjellige veiene varmen kan gå, alle med samme temperaturforskjell, men med forskjellig areal A_i. Dvs.:

$$\dot{Q} = \sum_i \dot{Q}_i = \frac{1}{\Delta T}\sum_i \frac{1}{K_i} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{K\Delta T}\,. \tag{1.39c}$$

Altså blir i dette tilfellet

$$K = \left(\sum_i \frac{1}{K_i}\right)^{-1}, \tag{1.39d}$$

i full analogi med det elektriske tilfellet. Hvis vi innfører k-verdiene, så får vi, siden $K_i = 1/k_iA_i$:

$$kA = \sum_i k_i A_i\,, \tag{1.39e}$$

der $A = \sum_i A_i$ er det samlede arealet.

1.7.2

Når varme passerer fra et stoff til et annet, vil vi ofte ha et temperaturfall, ΔT i grensesjiktet mellom dem. Dette temperaturfallet finnes tradisjonelt av *Newtons kjølingslov*:

$$\dot{Q} = hA\Delta T\,, \tag{1.43a}$$

der h kalles *varmeovergangstallet*, og betraktes som tilnærmet konstant. Verdien på h er imidlertid ekstremt følsom for overflatens beskaffenhet, og kan ha typiske verdier 6–8 W/m^2·K for luft i ro ved vegger og 350–580 W/m^2·K for vann i ro.

Dersom varmeovergangstallene kan regnes som tilnærmet temperaturuavhengig, er det ikke vanskelig å vise at formelen (1.39) for beregning av k-verdier generaliserer til:

$$\frac{1}{k} = \sum_i \frac{1}{k_i} + \sum_j \frac{1}{h_j}\,, \tag{1.39a}$$

der summen over j går over alle grenseflatene varmen passerer, med varmeovergangstall h_j. For tynne vegger og vinduer vil det vanligvis være (noen av) leddene med h_j som i hovedsak bestemmer k-verdien.

For varmeovergang til fluider, som luft og vann, i bevegelse er situasjonen mye mer komplisert. Boken opererer her (tabell 1.11) med $h \propto \Delta T^{1/4}$, dvs $\dot{Q} \propto \Delta T^{5/4}$. Andre formeluttrykk er også å finne i litteraturen. En slik avhengighet gjør at vi ikke lenger kan bruke lign. (1.39a). På grunn av sin enkelhet brukes i praksis ofte uttrykkene (1.43a) og (1.39a) likevel ofte i praktiske anvendelser.

Tillegg om strålingstap

Vi skal behandle energiovergang ved stråling grundigere i avsnitt 2.1, i forbindelse med diskusjonen av solenergi. Varmetap ved stråling er imidlertid slett ikke neglisjerbart i mange praktiske situasjoner. Et legeme med overflatetemperaturen T mister energi som stråling i henhold til *Stefan Boltzmann's lov*:

$$\dot{Q} = \epsilon\sigma A T^4\,, \tag{1.43b}$$

Her er A overflatearealet og $\sigma = 5.67\cdot 10^{-8}$ W/m^2·K^4 Stefan Boltzmann's konstant, mens ϵ er *emissiviteten* (emisjonskoeffisienten), en materialkonstant som viser hvor effektivt et legeme sender ut elektromagnetisk stråling. Den kan variere mellom 0 for et «perfekt hvitt» (eller blankt) legeme og 1 for et et «perfekt sort» legeme. I virkeligheten er ϵ avhengig av bølgelengden til strålingen (se avsnitt 2.1.2), og verdiene som inngår i lign. (1.43b) er derfor en middelverdi, som effektivt blir temperaturavhengig.

Dersom et legeme med temperaturen T_1 sender ut stråling til omgivelser som har temperaturen T_2, vil det også motta stråling. Som en følge av termodynamikkens annen hovedsats kan en vise at absorbansen (absorpsjonskoeffisienten), α, for elektromagnetisk stråling er den samme som emissiviteten ϵ (sml. avsnitt 3.1.2 i læreboken). Varmetapet til legemet blir da:

$$\dot{Q} = \sigma A(\epsilon(T_1)T_1^4 - \epsilon(T_2)T_2^4)\,. \tag{1.43c}$$

Her er $\epsilon(T)$ legemets effektive emissivitet (og absorbans) ved temperaturen T.

Vi ser at hvis $\epsilon(T_1) \approx \epsilon(T_2) = \epsilon$ og $T_2 = T_1 - \Delta T \approx T_1$ (dvs $\Delta T \ll T_1$), så har vi tilnærmet:

$$\dot{Q} \approx \epsilon\sigma A(T_1^3 + T_1^2 T_2 + T_1 T_2^2 + T_2^3)(T_1 - T_2) \approx 4\epsilon\sigma T_1^3 \Delta T\,. \tag{1.43d}$$

Dette uttrykket har formen (1.43a), med $h = 4\epsilon\sigma T_1^3$.