

Notater til forelesningene i BIT 390 Energifysikk 29.08 2011

Tillegg og kommentarer til læreboken *Fysikk og energiresurser* av Øyvind Holter, Finn Ingebretsen og Hugo Parr (3. utgave, 2010).

1.4.1

Utgangspunktet for beregningen av *Curzon-Ahlborn*-virkningsgraden er å ta hensyn til forskjellen mellom det vi kaller *indre* og *ytre reversibilitet*. Arbeidssubstansen i de fleste varmekraftmaskiner opptar ikke varmen direkte fra varmekilden. I en dampmaskin/dampturbin, der vann/damp er arbeidssubstansen, ledes varmen gjennom en vegg med et endelig temperaturfall fra fyrkjelen og til vannet som fordampet og driver stampelet/turbinen. Tilsvarende går varmen fra vannet i rørene i en varmeveksler i kondensatoren ut gjennom rørveggen. Men enhver varmeovergang ved en *endelig* temperaturforskjell er *irreversibel*, fordi den er ledsaget av en økning i entropien. Dersom varmemengden Q går fra temperaturen T_H til T_L ($T_H > T_L$), så blir entropiforandringen:

$$\Delta S = S_L - S_H = \frac{Q}{T_L} - \frac{Q}{T_H} = Q \frac{T_H - T_L}{T_L T_H} > 0. \quad (1.21.a)$$

Vi tenker oss derfor at prosessen i en varmekraftmaskin delt opp i en indre, reversibel syklisk prosess som får tilført og avgir varme til henholdsvis varmekilden og omgivelsene ved *irreversible* endelige temperaturforskjeller. En slik prosess kalles *endoreversibel*, eller *indre reversibel*. Dersom hele prosessen, inklusive varmeoverføringen til omgivelsene, er reversibel, kalles prosessen *ytte reversibel*.

For å sannsynliggjøre antagelsen (1.21) i læreboken, antar vi at varmen fra varmekilden går gjennom en vegg med areal A , tykkelse d og varmeledningsevne λ før den når frem til arbeidssubstansen. Hvis varmen forplanter seg i x -retningen, er varmestrømmen \dot{Q} (varme per tid som passerer veggen) gitt av *varmeledning ligningen* ([A1], avsnitt 4.7):

$$\dot{Q} = -\lambda A \frac{dT}{dx}, \quad (1.21b)$$

hvor $T(x)$ er temperaturen i punktet x . Hvis vi har stasjonære forhold, dvs. $T(x)$ er uforandret, må \dot{Q} være den samme gjennom hele veggen, altså uavhengig av x . Følgelig er også dT/dx konstant, så $dT/dx = -\Delta T/d$, der ΔT er temperaturforskjellen mellom de to sidene av veggen. Minustegnet skyldes at varmen flyter fra et varmt til et kaldere sted. Vi har altså:

$$\dot{Q} = \lambda A \frac{\Delta T}{d} = \alpha \Delta T, \quad (1.21c)$$

der $\alpha = \lambda A/d$, og \dot{Q} er konstant. Dersom arbeidssubstansen effektivt er i kontakt med det varme reservoaret en tid t_1 , blir varmestrømmen i denne tiden $Q'_1 = \dot{Q}t_1 = \alpha t_1 \Delta T$, og vi får lign. (1.21). En tilsvarende betraktning gir lign. (1.22).

Nonen detaljer i utledningen av (1.27)

La $\eta = \eta_{CA}$. Hvis vi setter inn for $T_{2W}/T_{1W} = (1 - \eta)$ fra (1.25) og bruker $Q'_2 = (1 - \eta)Q'_1$ i lign. (1.26), får vi:

$$\begin{aligned} (1 - \eta) &= \frac{T_2 + (1 - \eta)Q'_1/(\beta t_2)}{T_1 - Q'_1/(\alpha t_1)} \\ (1 - \eta) \left(T_1 - \frac{Q'_1}{\alpha t_1} \right) &= T_2 + (1 - \eta) \frac{Q'_1}{\beta t_2} \\ (1 - \eta)Q'_1 \left(\frac{1}{\alpha t_1} + \frac{1}{\beta t_2} \right) &= (1 - \eta)T_1 - T_2 \\ Q'_1 &= C \frac{T_1 - T_2 - \eta T_1}{1 - \eta} \end{aligned} \quad (1.26a)$$

I siste linje er innført konstanten:

$$C = \left(\frac{1}{\alpha t_1} + \frac{1}{\beta t_2} \right)^{-1} = \frac{\alpha \beta t_1 t_2}{\alpha t_1 + \beta t_2}. \quad (1.26b)$$

Denne konstanten er uavhengig av temperaturene T_1 og T_2 , og avhenger kun av prosessen og systemets konstruksjon. Arbeidet i syklusen kan følgelig skrives:

$$W = \eta Q'_1 = C \eta \frac{T_1 - T_2 - \eta T_1}{1 - \eta} = C \left(\eta T_1 + T_2 - \frac{T_2}{1 - \eta} \right). \quad (1.26c)$$

Betingelsen for å få størst mulig W er:

$$\frac{dW}{d\eta} = C \left(T_1 - \frac{T_2}{(1 - \eta)^2} \right) = 0, \quad (1.26d)$$

eller

$$1 - \eta = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}, \quad (1.27a)$$

der fortegnet er valgt slik at $0 < \eta < 1$. Den optimale virkningsgraden blir da:

$$\eta = \eta_{CA} = 1 - \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}. \quad (1.27)$$

Det er bemerkelsesverdig at η_{CA} kun avhenger av T_1 og T_2 , og ikke av designparameterne til systemet, som bare inngår i konstanten C .

Vi ser at vi har:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \left(1 + \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \right) \left(1 - \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \right) = \left(1 + \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \right) \eta_{CA} > \eta_{CA}. \quad (1.27b)$$