Per Amund Amundsen
Institutt for matematikk og naturvitenskap
UNIVERSITETET I STAVANGER

Notater til forelesningene i BIT 390 Energifysikk 2.11 2011

Tillegg og kommentarer til læreboken *Fysikk og energiressurser* av Øyvin Holter, Finn Ingebretsen og Hugo Parr (3. utgave, 2010).

8

I dette kapittelet bruker vi mange av begrepene som allerede er blitt gjennomgått i kapitel 2, om solenergi.

8.2

Den «takmodellen» for atmosfærens strålingsegenskaper som diskuteres i dette kapittelet er, bortsett fra noen praktiske detaljer, også en utmerket modell for passive solfangere.

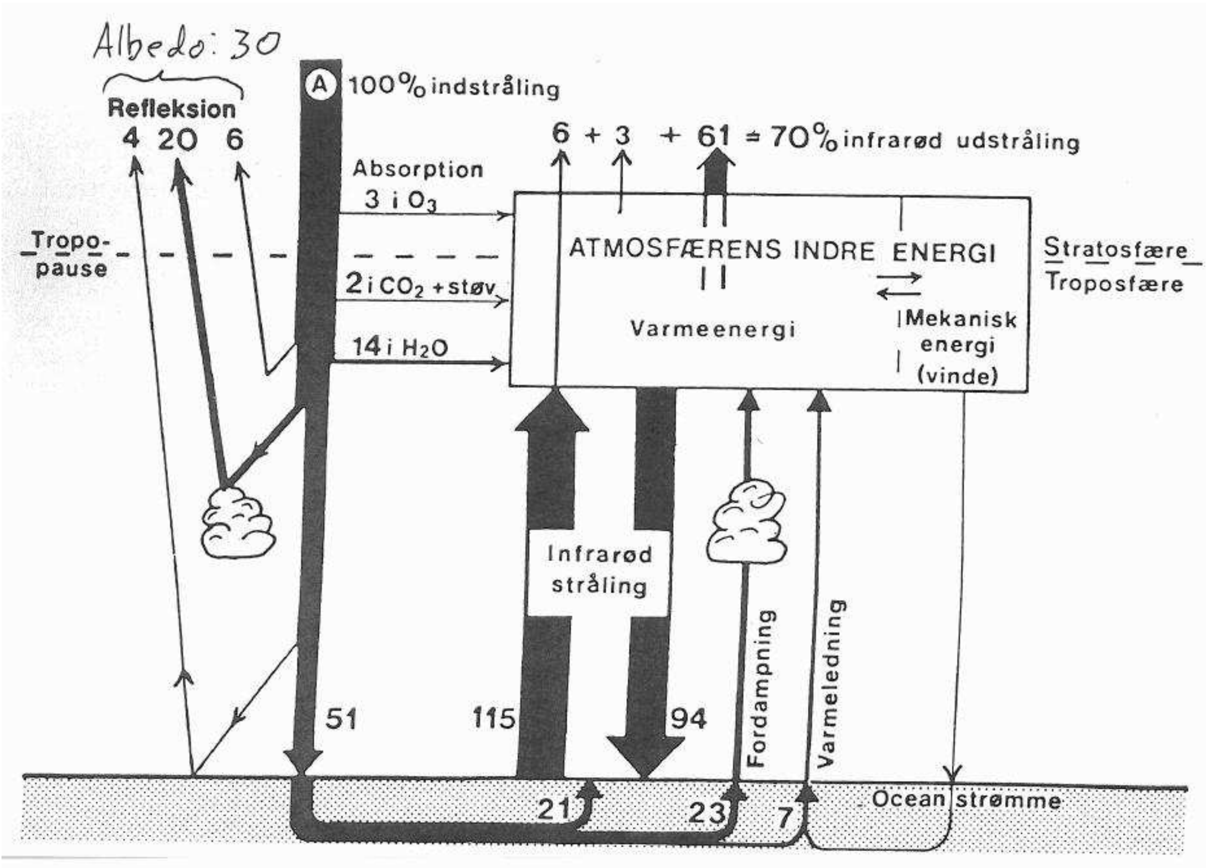

Fig. 8.5a: Energibalansen i atmosfæren og ved jordoverflaten. Tallene angir prosentandel av den innkommende solenergien på toppen av atmosfæren. Tykkelsen på strekene tilsvarer omtrent de relative energistrømmene. Stjålet fra W. Dansgaard: *Klima, Vejr og Menneske*, København 1987.

Det kan være grunn til å gå lærebokens ligninger for «takmodellen» for strålingsbalansen litt nærmere etter i sømmene. Før en gjør dette, kan det være nyttig å repeterte avsnitt 2.1.2 i læreboken, inklusive de tilhørende forelesningsnotatene for 7.9 2011. I lærebokens lign. (8.1) er solinnstrålingen på bakken definert som $E_s = \pi R_E^2(1-A)S$, der A er jordens albedo (reflektivitet), R_E jordradien og S solkonstanten. Fig. 8.5a viser at i tillegg til den delen av solinnstrålingen som blir reflektert, er det også en andel $\beta \approx 0.19$ som blir absorbert av vanndamp, ozon og støv i atmosfæren. En mer fullstendig lign. (8.1) lyder altså:

$$E_s = (1-\beta)E_s^0\,; \qquad E_s^0 = \pi R_E^2(1-A)S\,. \tag{8.1a}$$

I lign. (8.3) må vi passe på hvilke absorbanser, α og emittanser, ϵ vi bruker. Vi husker at for de frekvensavhengige verdiene gjelder $\alpha(\nu) = \epsilon(\nu)$, og det samme gjelder for så vidt også for de effektive verdiene $\alpha(T) = \epsilon(T)$. Imidlertid så vi at når vi bruker effektivverdiene, så må vi bruke den *innkommende* strålingstemperaturen for absorpsjon (dvs i $\alpha(T)$), men den *utsendte* strålingens temperatur, som er den samme som *legemets* temperatur, for emisjon (dvs i $\epsilon(T)$). Den enkleste måten å merke seg dette på er kanskje å legge merke til at i kombinasjoner av typen $\alpha(T)\sigma T^4$ så skal det alltid brukes *samme* T. Hvis vi tar hensyn til dette, og lar $\alpha_b(T) = \epsilon_b(T)$ være bakkens absorbans, så tar ligningen for energibalanse på bakken, lærebokens lign. (8.3), i stedet formen:

$$E + 4\pi\alpha_b(T_d)\sigma R_E^2 T_d^4 = 4\pi\alpha_b(T_b)\sigma R_E^2 T_b^4 \,. \tag{8.3a}$$

Her er $E = E_s + E_n + E_m$, men med vår «forbedrede» E_s fra lign. (8.1a). Her står det $\alpha_b(T_d)$ på venstre side, fordi den absorberte strålingen fra atmosfæren («drivhustaket») har atmosfærens strålingstemperatur, T_d. På høyre side står det $\alpha_b(T_b) = \epsilon_b(T_b)$ fordi den utsendte (emitterte) strålingen har bakketempersturen T_b.

Før vi går videre, er det nyttig å se på hvilken temperatur vi ville hatt på jorden hvis den *ikke* hadde hatt atmosfære. Vi har da $\alpha_d(T) = \beta = 0$, E_n er så liten at den kan neglisjeres, og vi kan trygt sette $E_m = 0$. Lign. (8.4a) gir da:

$$T_b^{00} = \left(\frac{E_s^0}{4\pi\alpha_b\sigma R_E^2}\right)^{1/4} = \left(\frac{(1-A)S}{4\alpha_b\sigma}\right)^{1/4} \,, \tag{8.3b}$$

der $\alpha_b = \alpha_b(T_b)$. Det er selvsagt ikke godt å si hvilken verdi vi bør bruke for jordens albedo, A, i dette tilfellet, men hvis vi for sammenligningens skyld holder oss til den aktuelle verdien, $A = 0.30$, finner vi $T_b^{00} = 255\,\mathrm{K} = -18\,°\mathrm{C}$ for $\alpha_b = 1$, og $T_b^{00} = 278\,\mathrm{K} = 5\,°\mathrm{C}$ for den mer konsistente verdien $\alpha_p = 1 - A = 0.7$. Det synes kanskje paradoksalt at T_b^{00} *avtar* med *økende* α_b, men vi ser av lign. (8.3a) for $T_d = 0$ og konstant E at slik må det være.

Vi vender tilbake til den fulle modellen. Ligningen for energibalanse i atmosfæren («taket») kan forbedres til:

$$\beta E_s^0 + 4\pi\alpha_d(T_b)\sigma R_E^2 T_b^4 = 8\pi\alpha_d(T_d)\sigma R_E^2 T_d^4 \,. \tag{8.4a}$$

På venstre side står energien tilført ved absorpsjon fra solstrålingen (βE_s^0) og av strålingen reflektert fra bakken, mens høyre side er strålingen fra atmosfæren. Merk faktoren $8\pi = 2 \cdot 4\pi$. Denne skyldes at atmosfæren sender ut stråling både oppover mot himmelrommet og nedover mot bakken.

Vi må nå betale prisen for våre forbedringer. Hvis vi eliminerer T_d fra lign. (8.3a) og setter inni (8.4a), kan vi finne bakketemperaturen som:

$$\begin{aligned}
4\pi\sigma R_E^2 T_d^4 &= \frac{1}{2\alpha_d(T_d)}\left[\beta E_s^0 + 4\pi\alpha_d(T_b)\sigma R_E^2 T_b^3\right] \,, \\
E + &\frac{\alpha_b(T_d)}{2\alpha_d(T_d)}\left[\beta E_s^0 + 4\pi\alpha_d(T_b)\sigma R_E^2 T_b^4\right] = 4\pi\alpha_b(T_b)\sigma R_E^2 T_b^4 \,, \\
2\pi\alpha'\sigma R_E^2 T_b^4 &= E + \frac{\beta\alpha_b(T_d)}{2\alpha_d(T_d)}E_s^0 \stackrel{\text{def}}{=} E' \,, \qquad \text{der} \quad \alpha' = 2\alpha_b(T_b) - \frac{\alpha_b(T_d)\alpha_d(T_b)}{\alpha_d(T_d)} \,. \\
T_b &= \left(\frac{E'}{2\pi\alpha'\sigma R_E^2}\right)^{1/4} \,.
\end{aligned} \tag{8.5a}$$

Dette er strengt tatt ikke et brukbart uttrykk til å bestemme T_b, fordi absorbansene α_b og α_d avhenger direkte eller indirekte av T_b. Vi skal derfor gjøre et par forenklende antagelser, som er temmelig gode. Siden temperaturen til jorden og i atmosfæren ikke er veldig forskjellige, kan vi anta at $\alpha_b(T_b) = \alpha_b(T_d) = \alpha_b$ og $\alpha_b(T_d) = \alpha_d(T_d) = \alpha_d$, begge konstanter. Vi får da $\alpha' = \alpha_b$, og vi har en ligning for T_b hvis vi kjenner de øvrige parameterne.

Vi kan legge merke til at hvis vi antar $\alpha_b = 0$, så blir $\alpha' = 0$ og $T_b = \infty$. Dette avslører en liten inkonsistens i modellen. Vi ser at lign. (8.3a) da sier $E = 0$, i mot vår antagelse. Men hvis $\alpha = 0$, så er bakkens reflektans $\rho_b = 1 - \alpha_b = 0$ (se lign. (2.4) i læreboken). Men dette betyr at bakken reflekterer all stråling som kommer utenfra, så vi må ha at jordens albedo $A = 1$. I så fall blir jo virkelig $E_s^0 = E' = 0$, og $E_n = 0$, siden en perfekt blank flate ikke kan stråle. Modellen tar altså ikke hensyn til at A også må avhenge av α_b, og også av α_d.

Før vi går videre, la oss bemerke at boken i lign. (8.2-8.4) antar at $\alpha_d(T_b) = \alpha_d(T_d) = \alpha$, som er OK, men også at $\alpha_b(T_b) = 1$, mens $\alpha_b(T_d) = \alpha$, så $\alpha' = 2 - \alpha$. Dette synes imidlertid ikke å være en særlig velfundert tilnærmelse.

I det følgende skal vi begrense oss til tilnærmelsen $\beta = 0$, så $E' = E$. Temperaturen på jorden i fravær av «unaturlige» energikilder kan da skrives:

$$T_b^0 = \left(\frac{E_s^0 + E_n}{2\pi\alpha_b\sigma R_E^2} \right)^{1/4} . \tag{8.6a}$$

Hvis vi setter inn maksimalverdien $\alpha_b = 1$, $E_n = 3.5 \cdot 10^{13}\,\mathrm{W}$ og standardverdiene $S = 1\,367\,\mathrm{W/m^2}$, $A = 0.30$ og $R_R = 6.37 \cdot 10^6\,\mathrm{m}$, finner vi $T_b^0 = 303\,\mathrm{K} = 30\,°\mathrm{C}$. Dette er en del for høyt, særlig fordi verdien $\alpha_b = 1$ også er for høy. Men modellen er da også svært enkel. Hvis vi tar hensyn til at $\beta > 0$. får vi en liten forbedring. Antar vi for enkelhets skyld at $\alpha_d(T_b) = \alpha_d(T_d)$, får vi (for $E_m = 0$) $E' = (1 - \frac{1}{2}\beta)E_s^0 + E_n$, så:

$$T_b^0 = \left(\frac{(1 - \frac{\beta}{2})E_s^0 + E_n}{2\pi\alpha_b\sigma R_E^2} \right)^{1/4} . \tag{8.6b}$$

Dette gir $T_b^0 = 296\,\mathrm{K} = 23\,°\mathrm{C}$ for $\beta = 0.19$ og $\alpha_b = 1$, en liten forbedring. Uansett, vi ser at i denne modellen fører atmosfæren til en betydelig temperaturøkning på jordoverflaten. Dette er grunnlaget for drivhuseffekten.

De forandringene vi har gjort med modellen, får ingen følger for den videre diskusjonen. Vi definerer $E_0 = E'$ for $E_m = 0$ og spesifikke valg av parameterne S, A og β. Da har vi likevektstemperaturen:

$$T_b^0 = \left(\frac{E_0}{2\pi\alpha'\sigma R_E^2} \right)^{1/4} . \tag{8.6c}$$

En liten forandring i $E' = E_0 + \Delta E$ på grunn av endringer i E_m, A, S eller β fører til en liten endring i $T_b = T_b^0 + \Delta T_b$:

$$\Delta T_b = \left(\frac{E_0 + \Delta E}{2\pi\alpha'\sigma R_E^2} \right)^{1/4} - \left(\frac{E_0}{2\pi\alpha'\sigma R_E^2} \right)^{1/4} = T_b^0 \left[\left(1 + \frac{\Delta E}{E_0} \right)^{1/4} - 1 \right] , \tag{8.8}$$

og resten analysen går som i læreboken.