Per Amund Amundsen
Institutt for matematikk og naturvitenskap
UNIVERSITETET I STAVANGER

Notater til forelesningene i BIT 390 Energifysikk 17.10 2010

Tillegg og kommentarer til læreboken *Fysikk og energiressurser* av Øyvin Holter, Finn Ingebretsen og Hugo Parr (3. utgave, 2010).

4.3.3

Ligningen for antall ^{135}Xe kjerner kan skrives:

$$\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t} + \lambda_X X = \lambda_I I_0 e^{-\lambda_I t} \,. \qquad 4.10a$$

Dette er en lineær første ordens differensialligning, som kan løses på standard vis ved å multiplisere hele ligningen med den integrerende faktoren $\exp \lambda_X t$. Dette gir:

$$e^{\lambda_X t}\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t} + \lambda_X e^{\lambda_X t} X = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(e^{\lambda_X t} X\right) = \lambda_I I_0 e^{-(\lambda_I - \lambda_X)t} \,, \qquad 4.10a$$

som kan integreres direkte. Med randbetingelsen $X(0) = X_0$ får vi:

$$\begin{aligned} \int_0^t \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(e^{\lambda_X t} X\right) \mathrm{d}t = e^{\lambda_X t} X(t) - X_0 = \int_0^t \lambda_I I_0 e^{(\lambda_X - \lambda_I)t} = \frac{\lambda_I I_0}{\lambda_X - \lambda_i}\left[e^{(\lambda_X - \lambda_I)t} - 1\right]_0^t \,, \\ X(t) = X_0 e^{-\lambda_X t} + \frac{\lambda_I I_0}{\lambda_X - \lambda_I}\left(e^{-\lambda_I t} - e^{-\lambda_X t}\right) \,. \end{aligned} \qquad 4.10$$

Her er leddet med X_0 den generelle løsningen av den homogene ligningen (med $I_0 = 0$), mens leddet med I_0 er en partikulær løsning av den ingomogene ligningen. Det bør kanskje nevnes at denne uttrykket (4.10) gjelder for alle reaksjonstyper av formen:

$$X \stackrel{\lambda_X}{\to} I \stackrel{\lambda_I}{\to} Y \,,$$

ikke bare for $^{135}\mathrm{Xe} \to ^{135}\mathrm{I} \to ^{135}\mathrm{Cs}$.

4.4

Listen over bevaringssatser i kjernereaksjoner er ikke helt fullstendig. Vi kan føye til:

5. Leptontallet er bevart.

Leptontallet er definert som +1 for elektroner og nøytrinoer, -1 for positroner (anti-elektroner) og anti-nøytrinoer. Denne regelen sier altså at elektronet ved β^--desintegrasjon er ledsaget av et *anti*-nøytrino, mens positronet i β^+-desintegrasjon ledsages av et nøytrino. I begge tilfeller blir det samlede leptontallet i slutt-tilstanden 0.

4.4.1

I dette avsnittet i læreboken må man forstå alle masser M_i som hvileenergier, $M_i = m_i c^2$, der m_i er den egentlige massen (i kg).

Av lign. (4.5) i læreboken kan vi også finne ut hvor mye varme som en desintegrerende radioaktiv isotop danner. Hvis én desintegrasjon frigjør energien Q (Q-verdien), er varmeproduksjonen fra N radioaktive atomer:

$$\dot{Q} = -Q\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \lambda Q N = \frac{\lambda Q m N_A}{\mu} = \frac{\lambda Q m_0 N_A}{\mu} e^{-\lambda t} \,. \qquad (4.15a)$$

Her har vi brukt at $N = mN_A/\mu$, hvor m er den samlede massen av den radioaktive isotopen, μ er isotopens atommassen og $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1} = 6.022 \cdot 10^{26}\,\mathrm{kmol}^{-1}$ Avogadros konstant, mens

$m_0 = N_0\mu/N_A$ massen av isotopen ved $t = 0$. Vi merker oss at den atomære masseskalaen er valgt slik at $\mu \approx A\,\mathrm{g/mol} = A\,\mathrm{kg/kmol}$.

For β-desintegrasjon er resultatet fra denne ligningen for høyt, fordi den kinetiske energien deles mellom elektronet og (anti-)nøytrinoet. Den statistiske fordelingen er bestemt av kvantemekanikkens lover. I ekstremtilfeller kan enten elektronet eller nøytrinoet få all energien, men i gjennomsnitt vil rundt halvparten frigjøres som kinetisk energi for nøytrinoene. Nøytrinoer vekselvirker ytterst svakt med annen materie, og et som har energi typisk for en β-desintegrasjon kan gå gjennom 50 lysår med bly før det stoppes. Nøytrinoene vil derfor forsvinne ut i verdensrommet, og i praksis ikke bidra til $\dot{Q}$.

4.4.2

I dette avsnittet i læreboken står M (og M_i) plutselig for *atommasse* (enhet g/mol=kg/kmol), som er kalt μ ovenfor.

Nøytronenergien, E_n i fig. 4.6 er nøytronenes kinetiske energi, $E_n = \frac{1}{2}mv^2$.

Det «makroskopiske virkningstverrsnittet», Σ, har ikke den fysisk dimensjonen til et tverrsnitt (areal). Det er derfor vanligere å bruke den midlere frie veilengden, $d = \Sigma^{-1}$ (se 4.21). Det er imidlertid verdt å merke seg at det er $\Sigma = d^{-1}$ som er additiv dersom flere uavhengige reaksjoner finner sted i samme materiale.

4.4.3

I dette avsnittet er det underforstått at partiklene vi snakker om er nøytroner, men formalismen er mer generell. Partikkelenergifordelingen $f(E)$ er definert slik at $f(E)\mathrm{d}E$ antall partikler med kinetisk energi mellom E og $E + \mathrm{d}E$ per volumenhet. Vi har altså at:

$$n = \int_0^\infty f(E)\,\mathrm{d}E$$

der n er partikkeltettheten, $n = N/V$, der N er det totale antallet partikler, og V er volumet de beveger seg i. Størrelsen $\tau = d/v$ kalles gjerne *kollisjonstiden*, for partikler med hastighet v. Reaksjonsraten $R(E)$ er antall reaksjoner som skjer med partikler som har kinetisk energi E.