Per Amund Amundsen
Institutt for matematikk og naturvitenskap
UNIVERSITETET I STAVANGER

Notater til forelesningene i BIT 390 Energifysikk 12.10 2010

Tillegg og kommentarer til læreboken *Fysikk og energiressurser* av Øyvin Holter, Finn Ingebretsen og Hugo Parr (3. utgave, 2010).

4.1

Siden kjernekraften er basert på omdannelse av masse til energi i henhold til fysikkens mest berømte formel:

$$E = mc^2\,, \tag{4.0a}$$

der E er energien, m massen og $c = 3.000 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}$ lyshastigheten (i vakuum). Denne ligningen, som kommer fra Einsteins spesielle relativitetsteori, innebærer at det er mulig å omdanne masse til energi, noe som er den grunnleggende prosessen i et kjernekraftverk. Dersom vi inkluderer alle former for energi i E, er denne ligningen imidlertid ikke altfor nyttig, fordi den i grunnen bare sier at energi og masse «er det samme», siden c er en universell konstant. Det er derfor vanlig å gi ligningen en innskrenket betydning. For å forklare dette, må vi diskutere den spesielle relativitetsteorien.

Som i newtonsk mekanikk, kan vi også i relativistisk mekanikk definere en mekanisk systems massesenter, og dele opp bevegelsen i massesenterets bevegelse og systemets *indre* bevegelse. Hvis vi går til et koordinatsystem der massesenteret ligger i ro, kaller vi systemets energi *hvileenergien*, E_0, og vi kan skrive:

$$E_0 = m_0 c^2\,, \tag{4.0b}$$

der m_0 kalles *hvilemassen*. For sammensatte systemer, som en atomkjerne, inneholder E_0, og derfor m_0, bidrag ikke bare fra de enkelte komponentenes (protonene og nøytronene) masse, men også fra systemets indre kinetiske energi og bindingsenergi.

Også i relativistisk mekanikk definerer vi en bevegelsesmengde, p. Sammenhengen mellom p og hastigheten, v, er annerledes enn i newtonsk fysikk. For partikler som beveger seg mye langsommere enn lyset, $v \ll c$, har vi imidlertid at $p \approx m_0 v$. Energien til en relativistisk partikkel kan skrives:

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} = m_0 c^2 \sqrt{1 + \left(\frac{p}{m_0 c}\right)^2}\,. \tag{4.0c}$$

Når $v \ll c$ blir $p/m_0 c \approx v/c$, og ved å bruke at $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$ når $x \ll 1$, ser vi at:

$$E = m_0 c^2 \sqrt{1 + \left(\frac{p}{m_0 c}\right)^2} \approx m_0 c^2 \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2\right] = E_0 + \frac{1}{2} m_0 v^2 \qquad (v \ll c)\,. \tag{4.0d}$$

Dette er summen av hvileenergien og den vanlige ikke-relativistiske kinetiske energien, når vi identifiserer hvilemassen med den ikke-relativistiske massen.

På grunn av denne sammenhengen viser det seg nyttig å begrense bruken av begrepet *masse* til bare å bety *hvilemassen*, m_0, og dette er vanlig blant fysikere. Vi kan da droppe nullen, og skriver m for m_0, og tolker lign. (4.0a) som (4.0b). Denne sammenhengen mellom masse og energi gjør at vi ofte oppgir atomære partiklers masser ved i stedet å angi hvileenergien. Vi sier for eksempel at massen til protonet er $m_p = 938.272\,\mathrm{MeV}$ ($= 0.150328\,\mathrm{nJ}$, se tabell A1), men mener $m_p = 938.272/\mathrm{c}^2\,\mathrm{MeV} = 1.6726 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$.

En partikkel, *fotonet*, skiller seg ut fra alle andre ved at den har $m_0 = 0$ og alltid hastigheten $v = c$ i vakuum. Også fotonets energi er gitt av lign. (4.0c), som reduserer seg til $E = pc$. Samtidig vet vi fra kvantemekanikken at for et foton gjelder $E = h\nu$, hvor ν er frekvensen til den elektromagnetiske strålingen, og h er *Planck's konstant*. Kombinerer vi disse to uttrykkene for E, ser vi at vi kan skrive fotonets bevegelsesmengde som $p = h\nu/c = h/\lambda$, hvor $\lambda = c/\nu$ er strålingens bølgelengde.

Inntil nylig regnet vi med at også en annen viktig klasse av elementærpartikler er masseløse, nemlig nøytrinoene. Årelange eksperimenter har imidlertid vist at disse må ha en ørliten masse, $1\,\mathrm{eV/c^2}$ ($\approx 2\cdot 10^{-36}\,\mathrm{kg}$), eller mindre. Fordi denne massen er så liten, beveger nøytrinoene som produseres i kjernereaksjoner seg praktisk talt med lyshastigheten. Fordi de bare har svak vekselvirkning, bremses de heller ikke ned, og vi kan derfor fortsette å behandle dem som masseløse partikler.

4.2

Fordi massen, m til en partikkel som regel bare dukker opp i hvileenergien i kombinasjonen mc^2, har kjernefysikere og elementærpartikkelfysikere lagt seg til (u)vanen bare å skrive m, når de mener mc^2. Dette gjelder også læreboken, og etter litt tilvenning er det stort sett uproblematisk. For å unngå unødvendig forvirring, skal vi likevel forsøke å ta med denne faktoren der den hører hjemme. Siden konstantene $a_1 \dots a_5$ og δ er angitt i enheten MeV, som er en energienhet, burde vi altså skrive den semiempiriske masseformelen som:

$$M(A,Z)c^2 = Zm_pc^2 + Nm_nc^2 - a_1A + a_2A^{2/3} + a_3\frac{(Z-N)^2}{A} + a_4\frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + \frac{\delta}{A^{3/4}}\,. \tag{4.1}$$

Legg merke til at alla a_i er positive i denne formelen. Tilsvarende burde første del av lign. (4.3) hatt en faktor c^2 på høyre side, utenfor hakeparentesen, mens det siste uttrykket i samme ligning er OK,

Læreboken angir betingelsen for at stabilitetslinjen skal være tilnærmet gitt som $Z \approx A/2$ er at:

$$A \ll \left(\frac{4a_3}{a_4}\right) = 1493\,.$$

Siden den tyngste atomkjernen observert så langt er ^{294}Uus (Ununseptium, Z=117), første gang kunstig fremstilt i 2009, er denne betingelsen alltid oppfylt. Et nyttigere estimat er $A < 60$.