

## Notater til forelesningene i BIT 390 Energifysikk 28.09 2011

Tillegg og kommentarer til læreboken *Fysikk og energiresurser* av Øyvind Holter, Finn Ingebretsen og Hugo Parr (3. utgave, 2010).

### 3.3.1

Den teorien som presenteres her stammer fra Albert Betz (1919, 1926). At de effektive arealet av luftstrømmen gjennom vindmøllen varierer, følger direkte av massebevaring for en inkompressibel strøm, dvs en strøm der luftens tetthet  $\rho$  er konstant. Hvis luftmassen  $\delta m$  som passerer et fast punkt i tiden  $\delta t$  kan vi skrive  $\delta m = \rho A v \delta t$ , der  $A$  er tverrsnittarealet og  $v$  hastigheten i punktet  $x$ . Hvis vi anvender massebevaring på luften som passerer vindmøllen (se fig. 3.3 i læreboken), finner vi:

$$\frac{1}{\rho} \dot{m} = \frac{1}{\rho} \frac{dm}{dt} = A_1 v_1 = A v' = A_2 v_2, \quad (3.21a)$$

der  $A_1$  og  $A_2$  er tverrsnittene til luften henholdsvis langt foran og langt bak vindmøllen. Noen vil kanskje reagere på at vi antar inkompressibel strøm, men man kan vise generelt at så lenge vindhastigheten er langt lavere enn lydshastigheten, er dette en god tilnærming.

I figur (3.3c) ser vi at trykket varierer diskontinuerlig ved vindmøllen. Dette er lett å skjønne, siden, i den enkle tilnærmingen vi gjør, trykkforskjellen gir drag-kraften  $F$  på møllebladene:  $(p_1 - p_2)A_b = F_D > 0$ , der  $A$  er bladenes samlede areal. I Betz' analyse antar vi strengt tatt at møllebladenes samlede areal er lik  $A$ .

Lign. (3.17) følger av energibevaring:

$$\delta E = \frac{1}{2} \delta m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \rho A v' (v_2^2 - v_1^2) \quad (3.17b)$$

som i boken. Det mangler en faktor  $A$  i lign. (3.17), som skal lyde:

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \rho v' A (v_1^2 - v_2^2). \quad (3.17)$$

Til gjengjeld er det en faktor  $A$  for mye i lign. (3.21), som skal være:

$$(p_1 - p_2)A = \frac{d[m(v_1 - v_2)]}{dt} = \frac{dm}{dt}(v_2 - v_1). \quad (3.21)$$

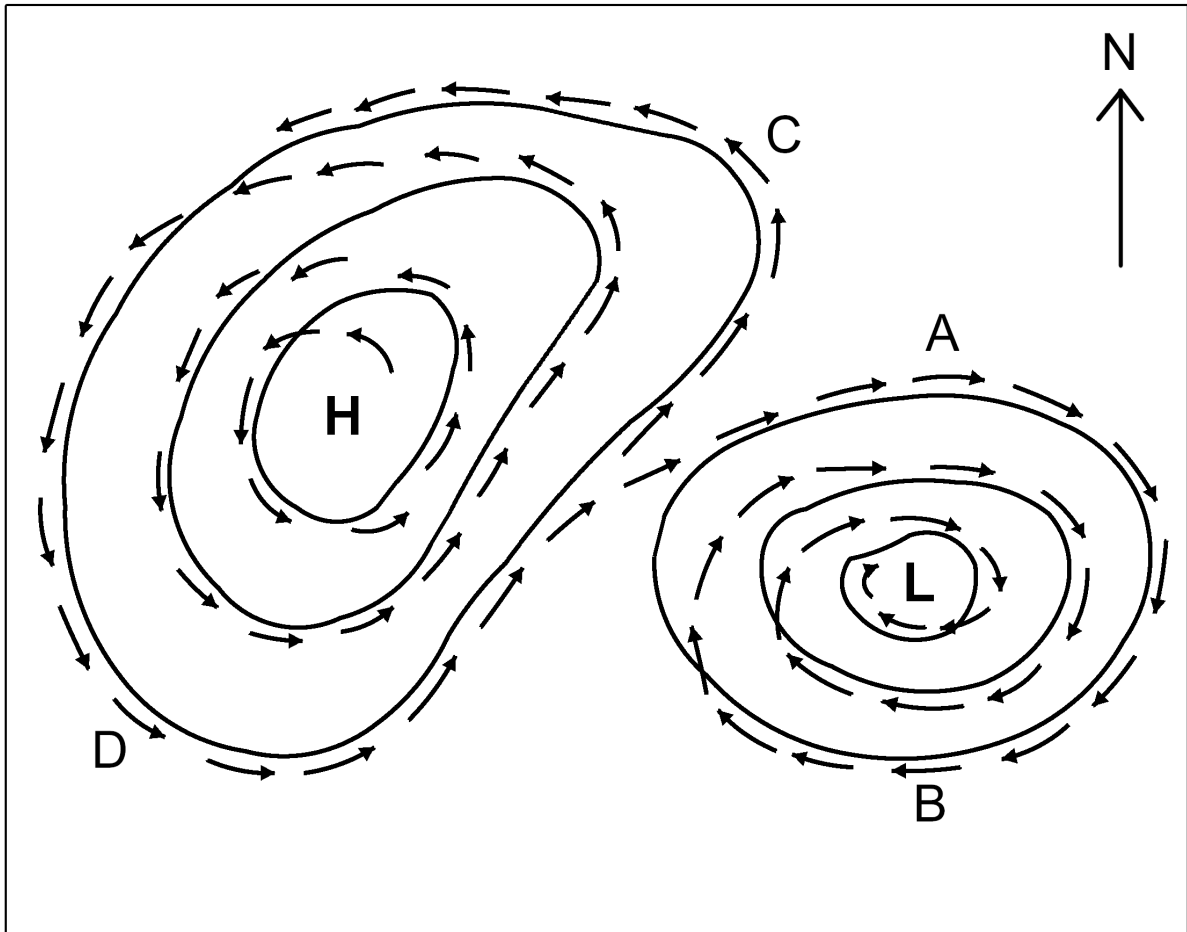
Disse trykkfeilene har ingen videre konsekvenser. Legg merke til at vi *ikke* kan benytte Bernoullis ligning *gjennom* vindmøllen. Det skyldes at for at vinden skal bevege møllebladene i det hele tatt, må vi ta hensyn til viskositeten (D'Alemberts paradoks), og da gjelder ikke Bernoullis ligning.

Lign. (3.25) er blitt kalt Betz' lov, og  $\eta_{\max}$  kalles Betz-koeffisienten.

### 3.3.2

I dette avsnittet må alle uttrykk for krefter, som Coriolis-kraften  $\mathbf{F}_c$ , oppfattes som *kraft per masse*. Ligningen for kraftbalanse mellom trykkgradient og Coriolis-kraft blir da:

$$\mathbf{F}_c = \mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} = \frac{1}{\rho} \nabla p.$$



Vindretningen rundt høytrykk og lavtrykk.