

Løsningsforslag, eksamen i BIT 390 Energifysikk, 2011 V.

**Oppgave 1:**

- a) Virkningsgraden for en generell syklisk varmekraftmaskin (som arbeider stasjonært) er definert som:

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H},$$

der vi har utnyttet energibevaring (termodynamikkens 1. hovedsats),  $Q_H = W + Q_L$ . For en reversibel prosess gjelder  $Q_L/Q_H = T_L/T_H$  (Kelvins definisjon av absolutt temperatur), så:

$$\eta_R = 1 - \left(\frac{Q_L}{Q_H}\right)_R = 1 - \frac{T_L}{T_H} \quad (= 0.080 = 8.0\%).$$

som oppgitt.

- b) Av definisjonen av virkningsgrad følger at den nødvendige tilførte varmeeffekten er  $\dot{Q}_H = \dot{W}/\eta = P/\eta$ . Denne varmen tas fra varmeinnholdet i det pumpede vannet, så for en reversibel varmekraftmaskin med  $\eta = \eta_R$  har vi:

$$\dot{Q}_H = c\rho\dot{V}(T_H - T_L) = \frac{P}{\eta_R} = \frac{PT_H}{T_H - T_L} \quad \implies \quad \dot{V} = \frac{PT_H}{c\rho(T_H - T_L)^2} = 25 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Her er  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  tettheten til vann.

- c) Reversible varmekraftmaskiner må ha neglisjerbare temperaturforskjeller mellom varmekilden og varmekraftmaskinen, og mellom denne og det kalde reservoaret. Et havvarme-kraftverk må nødvendigvis ha lange rør, og må ha relativt tykke vegger i varmevekslerne på grunn av vanntrykket, og dette leder nødvendigvis til merkbare temperaturfall. Dessuten må maskinen selv ha neglisjerbar friksjon og energitap pga. elektrisk motstand i generatoren.
- d) 2-lovs effektiviteten (eksergieeffektiviteten) er definert som  $\epsilon = \eta/\eta_R$ . Vi har da på samme måte som i b) ovenfor:

$$\dot{Q}_H = c\rho\dot{V}(T_H - T_L) = \frac{P}{\eta} = \frac{P}{\epsilon\eta_R} \quad \implies \quad \dot{V} = \frac{PT_H}{\epsilon c\rho(T_H - T_L)^2} = 55 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Curzon-Ahlborn-virkningsgraden er  $\eta_{CA} = 1 - \sqrt{T_L/T_H} = 0.041$  (4.1%). som ville gitt:

$$\epsilon_{CA} = \frac{\eta_{CA}}{\eta_R} = \frac{1 - \sqrt{\frac{T_L}{T_H}}}{1 - \frac{T_L}{T_H}} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{T_L}{T_H}}} = 0.51 = 51\%,$$

altså rundt 10% høyere enn den verdien vi regner med.

- e) De effektive høye og lave temperaturene for varmekraftmaskinen blir henholdsvis  $T'_H = T_H - \delta T = 24^\circ\text{C} = 297 \text{ K}$  og  $T'_L = T_L + \delta T = 8^\circ\text{C} = 281 \text{ K}$ . Virkningsgraden blir da:

$$\eta = \epsilon\eta'_R = \epsilon \left(1 - \frac{T'_L}{T'_H}\right) = 0.024 = 2.4\%.$$

Dette er bare 30% av verdien for en reversibel prosess som vi fant i a).

## Oppgave 2:

- a) Effekten fra solstrålingen på en plate med areal  $A$  som står vinkelrett på strålingen er  $P = S_0 A$ , når vi ser bort fra absorpsjon og refleksjon. I henhold til Stefan-Boltzmanns lov stråler en absolutt sort plate ut effekten  $\sigma T^4 A$ . I termisk likevekt må disse to effektene være like store, og vi får den oppgitte ligningen. Denne gir temperaturen:

$$T = \left( \frac{S_0}{\sigma} \right)^{\frac{1}{4}} = 395 \text{ K} = 121 \text{ }^\circ\text{C}.$$

- b) Platen tar i mot stråling hovedsakelig i form av synlig lys med bølgelengde rundt  $\lambda = 2\pi c/\nu \approx 0.56 \mu\text{m}$ , der  $c$  er lyshastigheten. Den sender ut varmestråling med maksimal intensitet rundt  $\lambda = 10 \mu\text{m}$ . Absorpsjonen og emisjonen skjer altså ved meget forskjellige frekvenser  $\nu$ , og effektiv absorpsjonen og effektiv emissiviteten kan derfor godt være forskjellige.
- c) På tilsvarende måte som i a) finner vi:

$$S_0 = \epsilon \sigma T^4 \quad \implies \quad T = \left( \frac{S_0}{\epsilon \sigma} \right)^{\frac{1}{4}} = 701 \text{ K} = 428 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Hvis en brøkdel  $\beta$  av solstrålingen absorberes, finner vi i stedet:

$$(1 - \beta) S_0 = \epsilon \sigma T^4 \quad \implies \quad T = \left( \frac{(1 - \beta) S_0}{\epsilon \sigma} \right)^{\frac{1}{4}} = 663 \text{ K} = 390 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Hvis endelig platen danner en vinkel  $\theta$  med strålingsretningen, blir intensiteten til sollyset spredd over et større areal. Det projiserte arealet som strålingen treffer blir  $A \cos \theta$ , og vi finner:

$$(1 - \beta) \cos \theta S_0 = \epsilon \sigma T^4 \quad \implies \quad T = \left( \frac{(1 - \beta) \cos \theta S_0}{\epsilon \sigma} \right)^{\frac{1}{4}} = 608 \text{ K} = 335 \text{ }^\circ\text{C}.$$

- d) Når hele varmetapet skyldes varmeovergang til luften, gir energibalansen at:

$$(1 - \beta) S_0 A = k(T - T_0) A \quad \implies \quad T = T_0 + \frac{(1 - \beta) S_0}{k} = (293 + 55) \text{ K} = 348 \text{ K} = 75 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Dette betyr at for denne platen gir varmeovergang til luften langt mer effektiv kjøling enn strålingstapet, og dominerer varmetapet til omgivelsene nesten fullstendig.

- e) For energibalansen til den sorte platen får vi nå et tillegg som skyldes termisk stråling fra glassplaten. Effekten av denne er  $\alpha_g \sigma T_g^4 A$ . Dette gir:

$$(1 - \beta) S_0 + \alpha_g \sigma T_g^4 = \epsilon \sigma T^4.$$

Siden glassplaten er gjennomsiktig for synlig lys, varmes den bare opp av varmestråling fra den sorte platen, mens den stråler både opp og ned. Dette gir:

$$\alpha \sigma T^4 = 2\epsilon_g \sigma T_g^4.$$

Dette er de oppgitte ligningene.

- f) Av Kirchoffs lov har vi  $\alpha = \epsilon$  og  $\alpha_g = \epsilon_g$ . Den siste av ligningene i forrige punkt gir da  $T_g^4 = (\alpha/2\alpha_g) T^4$ . Innsatt i den første ligningen får vi:

$$(1 - \beta) S_0 = \sigma(\epsilon T^4 - \alpha_g T_g^4) = \frac{1}{2} \alpha \epsilon T^4 \quad \implies \quad T = \left( \frac{2(1 - \beta) S_0}{\epsilon \sigma} \right)^{\frac{1}{4}} = 790 \text{ K} = 515 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Vi ser at  $\epsilon_g$  faller ut av dette svaret. Glassets temperatur blir:

$$T_g = (\alpha/2\alpha_g)^{\frac{1}{4}} T = 389 \text{ K} = 116 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Dette er en så høy temperatur at vi også burde ha tatt hensyn til varmeovergangen fra glassplaten til luften.

### Oppgave 3:

- a) Hvis  $N(t)$  er antall radioaktive kjerner ved tiden  $t$ , gjelder:

$$\frac{dN}{dt} = -kN(t) \quad \Longleftrightarrow \quad N(t) = N_0 e^{-kt},$$

der  $N_0 = N(0)$  og  $k = 1/\tau = \ln 2/t_{1/2}$  er desintegrasjonskonstanten. Hvis  $V$  er volumet til tanken, kan vi skrive  $N(t) = A(t)V$ , der  $A(t)$  er aktiviteten. Ved  $t = 0$  har vi  $A(0) = 56\,000 \text{ Bq/m}^3$ . Etter en tid  $t_0$  vil aktiviteten ha falt til  $A(t_0) = A_0 = 200 \text{ Bq/m}^3$ . Tiden  $t_0$  finnes som:

$$\frac{N(t_0)}{N_0} = e^{-kt_0} \quad \Longrightarrow \quad t_0 = -\frac{1}{k} \ln \left( \frac{N(t_0)}{N_0} \right) = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln \left( \frac{A_0}{A(0)} \right) = 31 \text{ dager}.$$

- b) Så lenge vi puster, kan vi regne med at luften i lungene har samme konsistens som luften som pustes inn, dvs. den har et konstant radoninnhold. Den totale energien som frigjøres når  $N$  kjerner desintegrerer er  $\varepsilon N$ . Den momentane effekten i lungevolumet  $V$  er altså  $P = \varepsilon N = \varepsilon AV$ . I løpet av tiden  $t = 1$  år gir dette den absorberte dosen:

$$D = \frac{Pt}{m} = \frac{\varepsilon AVt}{m} = 3.8 \cdot 10^{-2} \text{ Gy} = 38 \text{ mGy}.$$

- c) Effektivdosen er:

$$E = w_S D = 760 \text{ mSv} = 760 E_m.$$

Effektivdosen er altså svært mye høyere enn den anbefalte maksimaldosen. [Og godt over grensen på 200 mSv for en betydelig forhøyet kreftrisiko.]