UNIVERSITETET I STAVANGER
Institutt for matematikk og naturvitenskap

Løsningsforslag, eksamen i BIT 390 Energifysikk, 2011 H.

Oppgave 1:

a For et kraftverk, som for enhver varmekraftmaskin, er den maksimale virkningsgraden den reversible (Carnot-virkningsgraden):

$$\eta_{\max} = \eta_C = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 0.79\,.$$

Denne virkningsgraden forutsetter at kraftverket arbeider reversibelt. Siden den termodynamiske virkningsgraden generelt er definert som $\eta = W/Q_H$, ville den nødvendige tilførte (minimale) termiske effekt være:

$$P = \dot{Q}_H = \frac{P_e}{\eta_C} = 1.27\,\mathrm{GW}\,.$$

b) For en varmekraftmaskin med virkningsgraden η defineres eksergivirkningsgraden som:

$$\epsilon = \frac{\eta}{\eta_C} = 0.71\,.$$

Curzon-Ahlborn-virkningsgraden er definert som:

$$\eta_{\mathrm{CA}} = 1 - \sqrt{\frac{T_L}{T_H}} = 0.54\,,$$

som er svært nær den oppgitte verdien for η. [Dette tilsvarer eksergivirkningsgraden:

$$\epsilon_{\mathrm{CA}} = \frac{\eta_{\mathrm{CA}}}{\eta_C} = \frac{1}{1+\sqrt{\frac{T_L}{T_H}}} = 0.69\,.]$$

c) Nødvendig termisk effekt blir:

$$\dot{P} = \frac{P_e}{\eta} = 1.79\,\mathrm{GW}\,.$$

Omgivelsene mottar:

$$\dot{Q}_L = P - P_e = 0.79\,\mathrm{GW}\,.$$

d) For å varme opp massen $m = \rho V$, der ρ er tettheten og V volumet, en temperatur δT, trengs varmemengden $Q = cm\delta T = c\rho V\delta T$. Dette gir temperaturøkningen ved stasjonære betingelser som:

$$\Delta T = \frac{\dot{Q}_L}{c\rho\dot{V}} = 2.4\,\mathrm{K}\,.$$

e) I masseenheter blir reaksjonsentalpien $\Delta\tilde{H} = \Delta H/\mu_m = 50\,\mathrm{MJ/kg}$. Den nødvendige massestrømmen er da:

$$\dot{m} = \frac{P}{\Delta\tilde{H}} = 36\,\mathrm{kg/s}\,.$$

Den tilsvarende volumstrømmen følger av tilstandsligningen for en ideal gass som:

$$\dot{V} = \frac{\dot{m}RT_0}{p_0} = \frac{\dot{m}\bar{R}T_0}{\mu_m p_0} = 53\,\mathrm{m^3/s}\,.$$

f) Av reaksjonsligningen fremgår det at det produseres et CO_2-molekyl for hvert CH_4-molekyl som forbrennes. Siden massen til et CO_2-molekyl er μ_C/μ_m ganger massen til et metanmolekyl, får vi massen av CO_2 i løpet av et år, $t = 31.6 \cdot 10^6\,$s som:

$$m_C = \frac{\mu_C}{\mu_m}\dot{m}t = 3.1 \cdot 10^9\,\mathrm{kg} = 3.1\,\mathrm{Mt}\,.$$

g) Vi har $\Delta m = \dot{m}_C t\,$. Dette tilsvarer temperaturøkningen:

$$\Delta T = \alpha G_f \frac{\Delta m}{m_0} = \alpha G_f \frac{m_C}{m_0} = 1.6 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{K}\,.$$

[I 2008 var verdens samlede gjennomsnittlige elektrisitetsproduksjon 2 300 GW, noe som ville bety en temperaturøkning på bare 0.03 °C, dersom elektrisiteten ble produsert med et gasskraftverk som diskutert i denne oppgaven.]

h) Den viktigste prosessen som fjerner CO_2 fra atmosfæren er absorpsjon i havet. Den oppløste gassen tas bl. a. opp i form av kalsiumkarbonat i skjeletter og skjell av dyr, koraller og kalkalger. Når disse dør, felles karbonatet ut og omdannes langsomt til kritt og kalksten av geologiske prosesser. De øverste lagene i havet er imidlertid allerede praktisk talt mettet med CO_2 fra naturens side, og kan kun absorbere mer ettersom gassen diffunderer til større dyp eller felles ut. Hele denne prosessen har en tidsskala på rundt tusen år, og reagerer derfor ikke raskt nok på relativt plutselige forandringer i atmosfærens CO_2-innhold.

[Plantenes fotosyntese gir ikke *ikke* et viktig *netto* bidrag til fjerning av CO_2 fra atmosfæren. Riktignok binder denne prosessen store mengder CO_2, men det aller meste blir frigjort igjen når plantene dør. Kun dersom plantene begraves permanent, og f. eks. til slutt ender som kull, olje eller naturgass, eller dersom den samlede biomassen på jorden øker i volum, noe den synes å gjøre for tiden, bidrar planetene til fjerning av CO_2.]

Oppgave 2:

a) Siden vi har stasjonære forhold, er $\partial T/\partial t = 0$, og varmeledningsligningen reduserer seg til:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad T(z) = T_s + Gz\,,$$

som oppgitt. Her er $T(0) = T_s$ overflatetemperaturen.

b) For å kunne utnytte varmen i fjellet, må temperaturen der være høyere enn den ønskede T_0. Hvis vi neglisjerer alle varmetap har vi altså:

$$T_0 = T(z_0) = T_s + Gz_0 \qquad \Longrightarrow \qquad z_0 = \frac{T_o - T_s}{G} = 1140\,\mathrm{m}\,.$$

c) Så lenge det benyttes flytende vann ved atmosfæretrykk, må temperaturen på vannet være lavere enn kokepunktet, $T_m = 100\,°$. Dette gir:

$$T_m = T(z_0) = T_s + Gz_m \qquad \Longrightarrow \qquad z_m = \frac{T_m - T_s}{G} = 2430\,\mathrm{m}\,.$$

d) Det utnyttbare energiinnholdet i et volum $\mathrm{d}V = A\mathrm{d}z$ i dypet z som har temperaturen T er $Q_0 = c(T - T_0)\rho A\mathrm{d}z$. Siden $T(z) - T_0 = G(z - z_0)$, gir dette energitettheten:

$$\begin{aligned} q_0 = \frac{Q_0}{A} &= c\rho \int_{z_0}^{z_m} (T(z) - T_0)\,\mathrm{d}z = c\rho G \int_{z_0}^{z_m} (z - z_0)\,\mathrm{d}z \\ &= \frac{c\rho G}{2}(z_m - z_0)^2 = 6.6 \cdot 10^{10}\,\mathrm{J/m^2} = 1.8 \cdot 10^{10}\,\mathrm{kWh/km^2}\ [= 18\,\mathrm{TWh/km^2}]\,. \end{aligned}$$

Hvis det tas ut $\dot{q}_0 = 100\,\mathrm{MW/km^2}$, blir levetiden til anlegget ($1\,kWh = 3.6MJ$):

$$t = \frac{q_0}{\dot{q}} = \frac{1.8 \cdot 10^{10} \cdot 3.6e6}{100 \cdot 10^6}\,\mathrm{s} = 6.48 \cdot 10^8\,\mathrm{s} = 21\,\text{år}\,.$$

e) En mulighet er å bruke en væske med høyere kokepunkt enn vann, evt. ved å tilsette vannet et passende stoff som øker kokepunktet. Dette kan imidlertid lett bli dyrt, og evt. også gi miljøproblemer. Å bruke gass i stedet for væske gir dårlig varmeoverføring. En tredje mulighet er å benytte vann under trykk, noe som imidlertid betyr at man må holde systemet tett nok.

f) Med de antagelser som er gjort, finner vi av den oppgitte formelen (pass på at T *øker* med z):

$$\dot{q} = \lambda \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = \lambda G \qquad \Longrightarrow \qquad t_{\min} = \frac{q_0}{\dot{q}} = \frac{q_0}{\lambda G} = 24,000\,\text{år}\,.$$