

EKSAMEN I BIT 390 – Energifysikk
 VARIGHET: 9.00 – 13.00 (4 timer).
 DATO: 16/12 2011
 HJELPEMIDLER: Karl Rottmann: *Matematisk formelsamling*
 Godkjent enkel lommekalkulator
 OPPGAVESETTET: 2 oppgaver på 3 sider



Hvert delspørsmål i de to oppgavene teller likt, og de fleste kan besvares helt eller delvis uavhengig av løsningen på andre delspørsmål.

Oppgitt: Den universelle gasskonstanten: $\bar{R} = 8.314 \text{ kJ/kmol}\cdot\text{K}$.

$$1\text{år} = 31.6 \cdot 10^6 \text{ s.}$$

$$1\text{kWh} = 3.6 \text{ MJ.}$$

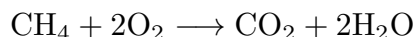
Det vises også til oppgitte formler på slutten av oppgavesettet!

OPPGAVE 1:

Et gassfyrt varmekraftverk skal levere en elektrisk effekt $P_e = 1.00 \text{ GW}$. Vi antar for enkelhets skyld at gassen er ren metan, CH_4 , med molekylmasse $\mu_m = 16.0 \text{ kg/kmol}$. Arbeidstemperaturen i gassturbinen er $T_H = 1\,100 \text{ }^\circ\text{C}$, og omgivelsestemperaturen er $T_L = 15 \text{ }^\circ\text{C}$.

- Hva er den teoretisk maksimale virkningsgraden, η_C , et slikt kraftverk kan ha. Hva slags prosess forutsetter dette for kraftverket? Hvor stor termisk effekt, $P = \dot{Q}_H$ ville kraftverket behøve med en slik virkningsgrad?
- Definer eksergivirkningsgrad ("2. lovs-virkningsgrad"). Et moderne gasskraftverk kan ha en virkningsgrad på $\eta = 0.56$. Hvilken eksergivirkningsgrad tilsvarer dette? Sammenlign resultatet med Curzon-Ahlborn-virkningsgraden til kraftverket.
- Hvis virkningsgraden, η , er som i forrige punkt, hvor stor termisk effekt, $P = \dot{Q}_H$ behøver med en slik virkningsgrad? Hvor stor varmestrøm, \dot{Q}_L , avgis til omgivelsene?
- Som kjølevann for kraftverket brukes vannet fra en elv, hvor det strømmer $\dot{V} = 80 \text{ m}^3/\text{s}$. Vann har tettheten $\rho = 1\,000 \text{ kg/m}^3$ og spesifikk varmekapasitet $c = 4.19 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$. Hva blir temperaturøkningen på vannet i elven?
- Når metan forbrenner i luft frigjøres reaksjonsentalpien (forbrenningsvarmen) $\Delta H = 800 \text{ MJ/kmol}$. Hvor stor mengde (masse) per tidsenhet, \dot{m} , metan må kraftverket forbrenne for å kunne levere den ønskede elektriske effekten? Angi også hvor stor volumstrøm med gass, \dot{V} , ved standardbetingelser, trykk $p_0 = 101 \text{ kPa}$ og $T_0 = 15 \text{ }^\circ\text{C}$, dette tilsvarer. Du kan betrakte metan som en ideal gass.

f) Reaksjonsligningen for forbrenningsprosessen er:



Hvor mye CO_2 slipper dette kraftverket ut i løpet av et år? Molekylmassen til CO_2 er $\mu_C = 44.0 \text{ kg/kmol}$. [Dersom du ikke har funnet \dot{m} i forrige punkt, kan du bruke verdien $\dot{m} = 25 \text{ kg/s}$.]

g) I klimamodeller modelleres temperaturøkningen ΔT til atmosfæren som skyldes utslipp av en klimagass gjerne som:

$$\Delta T = \alpha G_f \ln \left(1 + \frac{\Delta m}{m_0} \right) \approx \alpha G_f \frac{\Delta m}{m_0} \quad (\Delta m \ll m_0).$$

Her er Δm massen av gass som er sluppet ut, α en empirisk konstant som avhenger av klimagassen, G_f er følsomhetsfaktoren og m_0 er den samlede mengden av gassen i atmosfæren. Hvor stor temperaturøkning vil kraftverket føre til dersom *all* CO_2 som slippes ut forblir i atmosfæren? Du kan anta at $G_f = 0.70 \text{ K}\cdot\text{m}^2/\text{W}$ og at for metan er $\alpha = 5.5 \text{ W/m}^2$ og $m_0 = 7.5 \cdot 10^{14} \text{ kg}$.

h) Fortell *kort* om den viktigste naturlige mekanismen som fjerner CO_2 fra atmosfæren.

OPPGAVE 2:

Vi vil utnytte den geotermiske energien i et område med varmt fjell som varmekilde for et fjernvarmeanlegg. Fjellet består av granitt med tettheten $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$, varmeledningsevnen $\lambda = 2.5 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ og spesifikk varmekapasitet $c = 830 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$. Varmen utnyttes ved å bore tunneler som det så pumpes (flytende) vann igjennom. Anlegget skal levere vann med en temperatur på $T_0 = 55^\circ\text{C}$.

a) Vis at varmeledning ligningen har løsning at temperaturen øker med dybden z (regnet positiv nedover!) etter loven:

$$T(z) = T_s + Gz,$$

der $T_s = 15^\circ\text{C}$ er overflatetemperaturen og G en konstant temperaturgradient.

Du kan anse det som kjent at variasjoner i overflatetemperaturen i løpet av døgnet og året bare påvirker et tynt sjikt nærmest overflaten, og derfor kan neglisjeres.

b) Der anlegget tenkes bygd er temperaturgradienten $G = 35 \text{ K/km}$. Hvilket dyp, z_0 , er det minste vi kan benytte jordvarmen fra for å få vann som er varmt nok. Se bort fra varmetap i vannet på veien til overflaten.

c) Hva er det største dypet, z_m , vi kan utnytte varmen fra, dersom det benyttes vann ved atmosfæretrykk i anlegget.

- d) Vis at den samlede energiinnholdet per areal, A , i fjellet ned til en dybde z_m kan skrives som

$$q_0 = \frac{Q_0}{A} = \frac{\rho c G}{2} (z_m - z_0)^2 .$$

Hvor stor utnyttbar (for dette anlegget) energi per arealenhet, q , finnes det mellom z_0 og z_m ? Angi svaret i enheten kWh/km². Hvor lang tid vil anlegget vare, dersom det tas ut 100 MW/km²?

- e) Foreslå en eller flere metoder som vil gjøre det mulig å få mer energi ut av anlegget. T_0 skal være uforandret.
- f) Finn en nedre grense for tiden det tar før jordvarmen har erstattet den varmen som tappes ut i løpet av anleggets levetid, ved å anta at hele varmestrømmen fra jordens indre går med til å erstatte q . Du kan anta at z_m er liten nok til at avkjølingen anlegget forårsaker ikke forandrer G nevneverdig.
-

Oppgitt:

Tilstandsligning for ideal gass:

$$pV = mRT$$

der $R = \bar{R}/\mu$ er den spesifikke gasskonstanten, \bar{R} er den universelle gasskonstanten, μ molekylmassen, p trykket, V volumet og T temperaturen.

Varmeledningstiligningen:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} .$$

Her er λ varmeledningsevnen, ρ tettheten og c den spesifikke varmekapasiteten til stoffet.

Varmestrøm:

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} = -\lambda A \frac{dT}{dx}$$

Her er A tverrsnittsarealet varmen går igjennom, og fortegnet er valgt slik at x øker mot fallende temperatur.