DET TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

EKSAMEN I	BIT 390 – Energifysikk
VARIGHET:	9.00 – 13.00 (4 timer).
DATO:	16/12 2010
HJELPEMIDLER:	Karl Rottmann: *Matematisk formelsamling*
	Godkjent enkel lommekalkulator
OPPGAVESETTET:	2 oppgaver på 3 sider

Universitetet i Stavanger

Hvert delspørsmål i de to oppgavene teller likt, og de fleste kan besvares uavhengig av løsningen på andre delspørsmål.

Oppgitt: Jordradien: $R_J = 6.37 \cdot 10^6$ m.
Solarkonstanten: $S_0 = 1\,367\,\mathrm{W/m^2}$.
Stefan-Boltzmanns konstant: $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2 \cdot K^4}$.

Det vises også til oppgitt formel på slutten av oppgavesettet!

Oppgave 1:

a) En kjølemotor med effekten $P = \dot{W}$ transporterer varmestrømmen $\dot{Q}_L$ fra at kaldt reservoar. Definer kjølefaktoren (ytelseskoeffisienten), K, til maskinen i det generelle tilfellet. Definer også varmefaktoren for det tilfellet at vi bruker kjølemaskinen til å drive en varmepumpe, og vis at vi generelt har $V = K + 1$.

b) Finn kjølefaktoren K_C dersom kjølemaskinen arbeider reversibelt mellom et kaldt reservoar med temperaturen T_L og et varmt reservoar med temperaturen T_H ($T_H > T_L$)? Vis videre at den reversible varmefaktoren er gitt av $V_C = T_H/\Delta T$, der $\Delta T = T_H - T_L$.

Vi ønsker å benytte en varmepumpe til å holde temperaturen i et hus på $T_i = 20\,^\circ\mathrm{C}$. Huset mister varme etter formelen:

$$\dot{Q} = C(T_i - T_u)\,,$$

der T_u er utetemperaturen, og konstanten C for huset har verdien $C = 400\,\mathrm{W/K}$. Vi ser først på tilfellet der varmepumpen bruker uteluften som varmekilde,

c) Hvor stor effekt, P_C, må motoren til varmepumpen yte når $T_u = 0\,^\circ\mathrm{C}$, dersom den arbeider reversibel? Sammenlign svaret med den effekten som behøves dersom huset skal varmes opp med ovner.

Analogt med tilfellet for en varmekraftmaskin kan vi definere *2.-lovs effektiviteten* til en kjølemaskin som $\epsilon = K/K_C$.

d) Gi et argument for at det er naturlig å definere 2.-lovs effektiviteten også til en varmepumpe som $\epsilon = K/K_C$, og ikke som V/V_C.

e) Hvor stor motoreffekt, P, er nå nødvendig, dersom motoren til varmepumpen har 2.-lovs effektivitet $\epsilon = 0.50$, og de øvrige parameterne er som før? Hvor stor motoreffekt er nødvendig dersom $T_u = -10\,°\mathrm{C}$?

Vi vil så undersøke muligheten for i stedet å bruke jorda i bakken som kaldt reservoar for varmepumpen. Vi er derfor interesserte i å finne hvordan temperaturen i bakken varierer med årstidene.

f) Vis at varmeledningsligningen har løsning av formen:

$$T(t,z) = T_0 + Gz + Ae^{-kz}\cos(\omega t - kz + \phi_1) + Be^{kz}\cos(\omega t + kz + \phi_2)\,.$$

Her er $k = \sqrt{\omega\rho c/2\lambda}$, der $\rho = 1\,600\,\mathrm{kg/m^3}$ er tettheten, $\lambda = 1.0\,\mathrm{W/m{\cdot}K}$ varmeledningsevnen og $c = 1\,500\mathrm{J/kg{\cdot}K}$ den spesifikk varmekapasiteten til (den fuktige) jorda i bakken, mens ω en vinkelfrekvens som må bestemmes fra randbetingelsene og A, B, G, ϕ_1 og ϕ_2 er integrasjonskonstanter. [Hint: Det er helt greit å vise dette ved innsetting.]

g) Bruk den oppgitte løsningen til å finne et uttrykk for temperaturen i bakken i dybden z (regnet positiv *nedover*), dersom temperaturen på overflaten ($z = 0$) er gitt av:

$$T(t,0) = T_0 + \Delta T\cos\Omega t\,,$$

der $\Omega = 2\pi/t_0$, med $t_0 = 1\,\text{år} = 31.6\cdot 10^6\,\mathrm{s}$. Videre er $T_0 = 7.4\,°\mathrm{C}$ årlig middeltemperatur i Stavanger og $\Delta T = 7.0\,°\mathrm{C}$ gjennomsnittlig temperaturamplitude i løpet av året. Tiden t regnes fra årets varmeste dag. Vi antar at vi kan neglisjere varmestrømmen fra jordas indre, så $G = 0$.

h) Finn dypet z_0 der den årlige temperaturamplituden er $1.0\,\mathrm{K}$.

i) Vi bruker (den fuktige) jorda i dypet z_0 som kaldt reservoar for varmepumpen, og antar at vi kan neglisjere temperaturvariasjonene her. Hvor stor motoreffekt er nå nødvendig for å holde varmen i huset ved utetemperaturene $0\,°\mathrm{C}$ og $-10\,°\mathrm{C}$?

Oppgave 2:

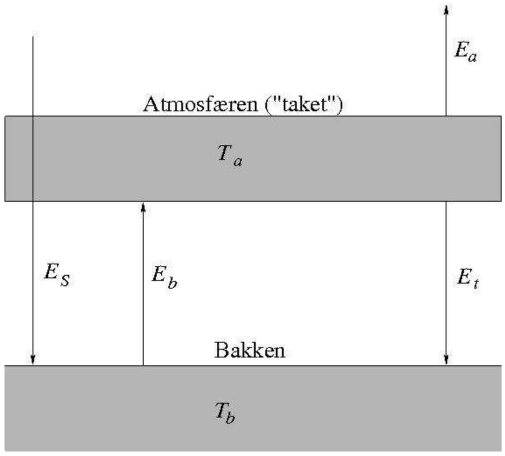
I denne oppgaven skal vi studere modeller for temperaturen på jorda. Vi neglisjerer jordvarmen og regner at jorda er i termisk likevekt med solstrålingen, så den sender ut like mye energi som den mottar. Vi ser også bort fra temperaturforskjeller på jorda, så energien stråles ut isotropt (likt i alle retninger). Jorden har absorbans α_J.

a) Finn temperaturen, T_b, som jordoverflaten ville ha hatt med de antagelsene som er gjort, dersom atmosfæren var fullstendig gjennomsiktig både for innkommende og utstrålt energi. Foreta beregningen både for jorda som et fullstendig sort legeme, og for det mer realistiske tilfellet at du antar at den har en albedo (refleksjonskoeffisient) $A = 0.30$ og $\alpha_J = 1$

b) Hva er sammenhengen mellom absorbansen $\alpha(\nu)$ og emittansen $\epsilon(\nu)$ for (elektromagnetisk) stråling? Her er ν frekvensen til strålingen.

c) Forklar kvalitativt hvilken egenskap ved absorbansen $\alpha(\nu)$ som gjør en gass i atmosfæren til en «klimagass». Hvilke er de tre viktigste klimagassene i jordas atmosfære?

Vi skal studere den skjematiske «takmodellen» for strålingsbalansen i atmosfæren som er skissert på figuren til høyre. E_S er solinnstrålingen, E_b strålingen fra bakken mot atmosfæren, E_a stråling fra atmosfæren mot verdensrommet og E_t stråling fra atmosfæren mot bakken. Atmosfæren antas å ha absolutt temperatur T_a, bakken T_b. Vi antar videre at atmosfæren har en effektiv absorbans $\alpha_a = \alpha$. I første omgang neglisjerer vi absorpsjon av solstråling i atmosfæren.



d) Forklar hvorfor vi har $E_a = E_t$. Sett opp ligningene for energibalansen både for bakken og for atmosfæren, med de antagelsene som er gjort, og vis at de kan skrives:

$$\frac{1}{4}(1-A)S_0 + \alpha\sigma T_a^4 = \alpha_J \sigma T_b^4$$
$$\alpha_J \sigma T_b^4 = 2\alpha\sigma T_a^4$$

e) Løs ligningene du har satt opp i forrige punkt for T_a og T_b som funksjon av oppgitte størrelser. Vis at verdien til T_a er den samme som du fant for T_b i punkt a) ovenfor og at temperaturforholdet T_a/T_b er uavhengig av S_0. Hvilken verdi må α_J ha dersom denne modellen skal reprodusere den observerte middeltemperaturen på jorda, $T_b = 288\,\mathrm{K}$? Hvorfor er svaret ufysisk?

f) I virkeligheten blir en andel $\beta = 0.20$ av solstrålingen absorbert i atmosfæren i stedet for å nå bakken. Sett opp de modifiserte ligningene for energibalansen som også tar hensyn til denne absorpsjonen.

g) Løs de modifiserte ligningene for T_a og T_b som funksjon av oppgitte størrelser, og finn disse temperaturene dersom $\alpha = 0.75$ og $\alpha_J = 0.9$. Synes det viktig å inkludere denne absorpsjonen av sollys i atmosfæren i realistiske atmosfæremodeller?

Oppgitt:

Varmeledningsligningen:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c}\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\,.$$

Her er λ varmeledningsevnen, ρ tettheten og c den spesifikke varmekapasiteten til stoffet.