HØGSKOLEN I STAVANGER

Institutt for elektroteknikk og databehandling

Stavanger, 9. mai 1995

4542 Informasjonsteori og feilkorrigerende koding: Øving 5

Oppgave 1

En kilde har et alfabet med fire symboler, $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$. Kildesymbolsannsynligheter samt to mulige koder for kilden er angitt i flg. tabell:

Symbol	$P(a_k)$	Kode I	Kode II
a_1	0.4	1	1
a_2	0.3	01	10
a_3	0.2	001	100
a_4	0.1	000	1000

For hver av de to kodene, finn midlere gjensidig informasjon mellom kildessymbol og det å spesifisere *første* binære symbol av kodeordet.

Oppgave 2

Nedenunder er gitt en kanal, – kildesannsynlighetene er gitt ved $P(X=0) = \frac{2}{3}$ og $P(X=1) = \frac{1}{3}$.

a) Finn $H(X)$, $H(X \mid Y=0)$, $H(X \mid Y=1)$, $H(X \mid Y=2)$, og $H(X \mid Y)$.

b) Fra over har du forhåpentligvis funnet at $H(X \mid Y=2) > H(X)$. Representerer dette en inkonsistens innen informasjonsteorien?

Oppgave 3

Kanalen nedenunder betegnes binær "utviskingskanal" (d.v.s. et bit som søkes overført kan forsvinne (viskes ut), men kan ikke mottas med feil). Anta at $P(X=0) = p_0$. Finn $I(X,Y)$ som funksjon av p_0. Hva er kanalkapasiteten?

Sven Ole Aase

Førsteamanuensis, dr.ing.

Høgskolen i Stavanger

Institutt for elektroteknikk og databehandling

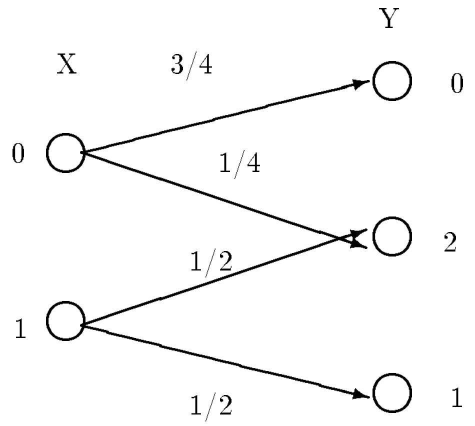
Postboks 2557 Ullandhaug

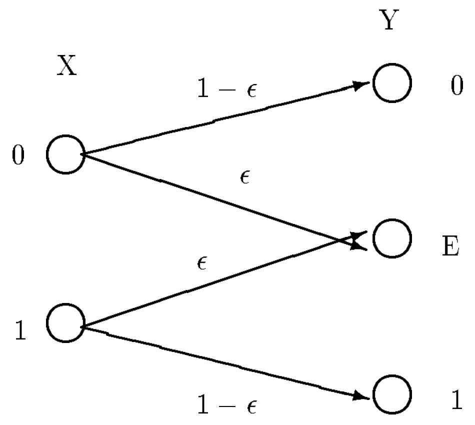
4004 Stavanger

Tel.: 51 83 20 09

Fax.: 51 83 17 50

E-mail: aase@hsr.no





Oppgave 4

For kanalen nedenunder, finn kanalkapasiteten og den inngangskilde sannsynlighet som gir midlere gjensidig informasjon lik kanalkapasiteten. Merk at elementene i matrisen er de betingede sannsynlighetene $P(y_j \mid x_i)$ og at i'en refererer seg til *radnummer* og j'en til *kolonnenummer*.

$$\begin{bmatrix} 1/3 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \tag{1}$$

Hint: Bruk Lagranges multiplikator-teknikk, dvs at dersom vi setter $g(p_1, p_2, p_3) = p_1 + p_2 + p_3 - 1$ så finnes optimum ved:

$$\frac{\partial f}{\partial p_i} = \lambda \frac{\partial g}{\partial p_i}, i = 1, 2, 3, \tag{2}$$

for et passende valg av funksjonen f.

Oppgave 5

En sender har et alfabet bestående av 5 symboler, mens den korresponderende mottakeren har 4 mulige mottatte symboler. Den simultane fordelingen for X og Y er gitt av følgende matrise (merk at elementene representerer $P(x_i, y_j)$ og *ikke* $P(y_j \mid x_i)$ slik som i forrige oppgave).

$$\begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0.05 & 0 \end{bmatrix} \tag{3}$$

Finn $H(X,Y)$, $H(X)$, $H(Y)$, $H(Y \mid X)$, $H(X \mid Y)$ og $I(X,Y)$.