Utleveres: 7/10/96

Innleveres: 14/10/96

Førstekvadrant Bernt Ribbum
Inst. for elektroteknikk og databehandling
Postboks 2557 Ullandhaug, 4004 Stavanger
Tlf 51 83 20 16 / Fax 51 83 17 50
email: bernt@hsr.no

Stavanger, 7. oktober 1996

TE509 Digitale og analoge filtre
Øving 6

Oppgave 1

Gitt et ideelt FIR båndpassfilter med følgende spesifikasjoner:

$$H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & \omega_1 \leq |\omega| \leq \omega_2 \\ 0, & \text{ellers} \end{cases} \tag{1}$$

Vis at impulsresponsen er gitt ved

$$h_d(n) = \begin{cases} \frac{sin(n\omega_2)}{\pi n} - \frac{sin(n\omega_1)}{\pi n}, & n \neq 0 \\ \frac{\omega_2 - \omega_1}{\pi}, & n = 0 \end{cases} \tag{2}$$

Oppgave 2

Vi har bevist i forelesningene at et FIR-filter med et like antall koeffisienter M, hvor $h(n) = h(M-1-n)$, gir lineær fase. Bevis det samme for

- filtre med et odde antall koeffisienter M
- filtre som tilfredsstiller $h(n) = -h(M-1-n)$ (du trenger selvsagt bare å vise dette for enten like eller odde M)

Oppgave 3

(Les om frekvenstransformasjoner i kapittel 6.7.6 for følgende oppgave.)

Et høypass FIR-filter har følgende impulsrespons -

$$\{h(n)\} = \{0.0087, 0, -0.2518, 0.5138\} \tag{3}$$

Skriv opp impulsresponsen til et ekvivalent lavpassfilter, og plott responsen til begge filtrene (Matlab). Har filtrene lineær fase? (Begrunn svaret!)

Oppgave 4

En standard digitalisert telefonlinje kan overføre signaler i området 0.3-3.4 kHz, med en samplingsrate på 8 kHz. Vi skal filtrere (digitalt) et signal som er samplet på 16 kHz slik at det blir båndbegrenset som spesifisert over.

- Bruk frekvenssamplingsmetoden og tegn spesifikasjonene for 16- og 32-tapp lineær fase FIR-filtre som møter disse kravene. Bruk ekvidistante frekvenser $w_k = 2\pi k/M$, $k = 0, \cdots, M/2 - 1$, der M er antall tapper i filteret.
- *Matlab:* Som vi har sett i forelesningene kan filterkoeffisientene $h(n)$ finnes ved å løse et ligningssett i $M/2$ ukjente. Bruk "oppskriften" på side 3 til å beregne filterkoeffisienter for filtre med 32 og 256 koeffisienter. Lag plott av amplituderesponsen.
- *Matlab:* Multipliser de resulterende filtre med Blackman-vinduer (prøv `help blackman` i Matlab), og sammenlign resultatene.
- *Matlab:* Vindusmetoden heter `FIR1` i Matlab. Bruk denne til å generere tilsvarende 32- og 256-tapp filtre, og sammenlign igjen. Hvilket vindu brukes i FIR1? Hvilke filtre blir best?

Matlab

For å løse ligningssett i Matlab kan man bruke operatoren "\". Den virker slik at hvis man har en ligning $Ah = b$, kan man finne h (som er $A^{-1}b$) ved å skrive `h = A\b`. I vårt tilfelle er ligningssettet som følger:

$$
\begin{aligned}
H_R(e^{j\omega_0}) &= 2\sum_{n=0}^{M/2-1} h(n)\cos[\omega_0(n-\frac{M-1}{2})] \\
H_R(e^{j\omega_1}) &= 2\sum_{n=0}^{M/2-1} h(n)\cos[\omega_1(n-\frac{M-1}{2})] \\
&\vdots \\
H_R(e^{j\omega_{M/2-1}}) &= 2\sum_{n=0}^{M/2-1} h(n)\cos[\omega_{M/2-1}(n-\frac{M-1}{2})]
\end{aligned}
\tag{4}
$$

En grei måte å løse dette på er å lage en matrise A med følgende innhold (hvor $D = (M-1)/2$ og $K = M/2-1$):

$$
A = \begin{bmatrix}
2\cos[\omega_0(0-D)] & 2\cos[\omega_0(1-D)] & \cdots & 2\cos[\omega_0(M/2-1-D)] \\
2\cos[\omega_1(0-D)] & 2\cos[\omega_1(1-D)] & \cdots & 2\cos[\omega_1(M/2-1-D)] \\
 & & \vdots & \\
2\cos[\omega_K(0-D)] & 2\cos[\omega_K(1-D)] & \cdots & 2\cos[\omega_K(M/2-1-D)]
\end{bmatrix}
\tag{5}
$$

Hvis man så lager seg en vektor b med ønskede responser $b(k) = H_R(e^{j\omega_k})$, kan h finnes direkte. Følgende Matlab-oppskrift kan være til hjelp:

```
M = 32;                             % antall tapper
b = [ones(M/4,1);zeros(M/4,1)];  % frekvenssampler (kolonnevektor)
                                    % NB: denne er for et lavpassfilter.
Mh = M/2;                           % M halve
n = 0:Mh-1;                         % n blir [0 1 2 ... M/2-1]
nm = n-(M-1)/2;                     % radvektor med indekser n-(M-1)/2
w = (pi*n/Mh)';                     % kolonnevektor med frekvensene
l = w*nm;                           % matrise!
A = 2*cos(l);                       % cosinus til alle elementene i matrisen
h = A\b;                            % h er kolonnevektor med løsningen h(0)...h(M/2-1)
h = [h;flipud(h)];                  % lager symmetrisk vektor med alle koeffisientene
```

Jeg anbefaler alle å jobbe litt med Matlab, slik at dere forstår hva som utføres i disse setningene.