HØGSKOLEN I STAVANGER

Institutt for elektroteknikk og databehandling

Stavanger, 2. november 1995

NB! Dette er en foreløpig sampling av regneøvinger. Eventuelle endringer vil bli opplyst i forelesningene.

Øving 1

1. Gitt de komplekse tallene $z_1 = 5 - j7$ og $z_2 = 10 + j$. Finn:
   a) $z_1 + z_2$
   b) $z_1 - z_2^*$
   c) z_1/z_2
   d) $z_1 z_2$
   e) $z_1 z_1^*$
   f) $z_1 z_2^*$

   For deloppgavene c-f skal mellomregningene og svarene finnes både ved bruk av kartesisk og polar form. Bruk to desimaler i mellomregningene.
2. Finn de samme svarene ved hjelp av Matlab

Øving 2

1. a) Skisser signalet $f(t) = sin(2\pi t)$ i intervallet $0 \leq t \leq 10$.
   b) Anta at t måles i sekunder. Hva er frekvensen til $f(t)$, gitt i rad/s og i Hz?
   c) Hvilken samplingsfrekvens må vi minst ha for å unngå aliasing?
   d) Skisser signalene som fremkommer dersom vi sampler $f(t)$ ved 1/3Hz og 5Hz.
2. Oppgave 2.6 i læreboken, oppgavene (a)-(g)
3. Oppgave 2.18 i læreboken
4. Oppgave 3.1 i læreboken

Trygve Randen

Stipendiat

Høgskolen i Stavanger

Institutt for elektroteknikk
og databehandling

Postboks 2557 Ullandhaug

4004 Stavanger

Tel.: 51 83 20 26
51 50 63 49

Priv.: 51 41 90 63

Mob.: 920 98 257

Fax.: 51 83 17 50

E-mail: tranden@hsr.no

WWW:
http://www.hsr.no/~tranden

5. Oppgave 3.2 i læreboken

6. Oppgave M3.1 i læreboken (se siden 134-136 for veiledning i bruk av MATLAB for denne type oppgave).

Øving 3

1. Oppgave M3.4 i læreboken

2. Oppgave 3.12 i læreboken

3. Oppgave 3.15 i læreboken

4. Oppgave 3.17 i læreboken

5. Oppgave 3.27 i læreboken

Øving 4

1. Oppgave 4.1 i læreboken, ikke bruk tabellen, men løs oppgaven ved å anvende definisjonen på Laplace-transformen direkte

2. Oppgave 4.4 i læreboken

3. Oppgave 4.6 a-b i læreboken

4. Oppgave 4.14 i læreboken

5. Finn $y(t)$ v.h.a. Laplace-transform, delbrøksoppspalting og invers Laplace-transform når $y^{(3)}(t) + 17y^{(2)}(t) + 86y^{(1)}(t) + 112y(t) = u^{(3)}(t) - 5u(t)$ og impulsen, $\delta(t)$ anvendes på inngangen. Tips: bruk MATLAB til å finne røttene til nevneren, og til å løse det lineære ligningssettet som oppstår.

Øving 5

1. Gitt et system beskrevet ved differensialligningen $y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = u'(t) + u(t)$. Finn dette systemets transferfunksjon, poler og nullpunkt. Er systemet stabilt? (begrunn svaret)

2. Oppgave 5.1 (a)-(d) i læreboken

3. Oppgave 5.10 (c) i læreboken

4. Bruk MATLAB til å verifisere resultatet ovenfor ved å evaluere differanseligningen direkte og sammenligne dette med resultatet dersom $y[k]$ funnet ovenfor beregnes. Husk at de to første signalverdiene ved direktemetoden svarer til k=-2 og k=-1. Besvarelsen skal gis som både MATLAB kode og utskrift/avskrift av de første 15 verdiene for begge metodene.

Øving 6

1. Finn transfer-funksjonene til systemene nedenfor. Finn poler og nullpunkt til systemene, og tegn disse inn på det komplekse z-plan. Er systemene stabile?

   a) $y[k+2] + 2y[k+1] = u[k+1] - u[k]$

   b) $y[k] + 0.8y[k-1] + 0.16y[k-2] = 2u[k-2]$

2. Anta at vi har funnet det analoge filteret

$$H_a(s) = \frac{1}{1 + 2s + s^2}$$

   i en tabell eller ved hjelp av et program for design av analoge filtre. La samplefrekvensen være 1Hz. Finn diskret-tid systemet $H(z)$ som svarer til $H_a(s)$. Undersøk hvordan polene avbildes. Tips: når du har funnet polene, s_i, til $H_a(s)$ finner du polene til $H(z)$ ved å anvende samme avbildning som ovenfor.

3. Finn differanseligningen til systemet som er gitt ved transfer-funksjonen

$$H(z) = \frac{z^2}{(z+3)(z-0.5)}$$

   .

4. Er følgende signaler periodiske? For de signalene som er periodiske, finn fundamental periode.

   a) $\sin(10t) + 10\cos(10t) + \sin(4t)$

   b) $\sin(10t) + 10\cos(10\pi t)$.

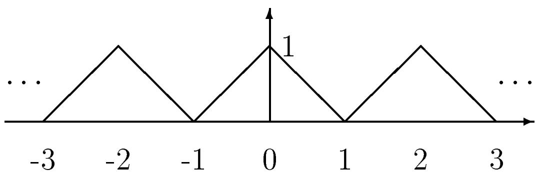
Øving 7

1. Finn Fourier-koeffisientene til $f(t)$ der $f(t)$ er periodisk med periode 1 og $f(t) = t$ for $0 \leq t \leq 1$. Tips:

$$\int xe^{ax}dx = \frac{e^{ax}}{a^2}(ax-1).$$

Plott amplitudespekteret korresponderende til $c_{-10} \cdots c_{10}$ for $f(t)$ i intervallet $0 \leq t \leq 2$ i MATLAB. Kontinuerlige signaler plottes i MATLAB ved å plotte det samplede signalet, ved en tilstrekkelig høy samplingsfrekvens. F.eks. kan $\sin(t)$ for $0 \leq t \leq 2$ plottes ved kommandoene `t=0:0.01:2; y=sin(t); plot(t,y);`.

2. Finn Fourier-rekken til den periodiske funskjonen



3. Benytt definisjonen på Fourier-transformen og finn Fourier-transformen til følgende signaler, dersom de eksisterer

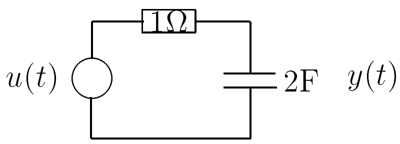
   a) e^{-2t} for $-\infty < t < \infty$.
   b) e^{-2t} for $0 \leq t < \infty$, null ellers.
   c) e^{2t} for $0 \leq t < \infty$, null ellers.

Øving 8

1. Finn Fourier-transformen til e^{-2t} for $0 \leq t < \infty$ ved hjelp av relasjonen mellom Laplace-transformen og Fourier-transformen.

2. Verifiser at Parseval's relasjon gjelder for $f(t) = e^{-2t}$ for $0 \leq t < \infty$, null ellers.

3. Gitt følgende system



   a) Skriv opp differensialligningen for systemet.
   b) Anta at systemet har initialbetingelser lik null, og finn transferfunksjonen, $H(s)$, til systemet.
   c) Finn frekvensresponsen, $H(\omega)$, fra $H(s)$.
   d) Tegn amplituderesponsen, $|H(\omega)|$, til systemet, for frekvenser opp til $\omega = 2\pi$rad/s.

e) Blir høye eller lave frekvenser forsterket mest av systemet?

f) Bestem utfra amplitudespekteret hvor mye et signal på 1/2Hz forsterkes/dempes av systemet.

g) La inngangen, $u(t)$, være et signal på 1/2Hz. Mulige kandidater for $u(t)$ er blant annet $\sin(\pi t)$, $e^{j\pi t}$ og $\cos(\pi t)$, det kan være lurt å velge det uttrykket som gir enklest regning. Sett opp uttrykket for $u(t)$, finn $U(s)$ og deretter $Y(s)$, utfør invers Laplace-transform på $Y(s)$, og finn på denne måten et uttrykk for $y(t)$. Hvordan harmonerer dette uttryket med resultatet fra forrige deloppgave? Hint: du vil ende opp med $y(t)$ bestående av to ledd, hvor det ene representerer en transient.

h) Avgjør ved å betrakte systemets polplassering om systemet er stabilt. Husk at systemet karakteriseres ved transferfunksjonen $H(s)$. For alle stabile system vil transient-responsen gå mot null når $t \to \infty$. Dette kan du benytte som en ekstra test på om du fant riktig svar i forrige deloppgave.

Øving 9

1. Et signal tas opp med digitalt opptaksutstyr for lagring på CD. Det vil si at signalet samples med en samplingsfrekvens på 44kHz. Den høyeste frekvensen som forekommer i tale er på omkring 4kHz. Hvilken (normalisert) diskret-tid frekvens svarer dette til?

2. Betrakt det periodiske signalet $f[k]$ med periode 3 gitt ved $f[0] = 0$, $f[1] = 1$ og $f[2] = 2$.

   a) Finn koeffisientene til signalets diskret-tid Fourier-rekke (DTFS).

   b) DTFS-koeffisientene skal være periodiske. Hvilken periode skal koeffisientene ha?

   c) Finn DTFS-koeffisientene for neste periode, og sjekk om disse er like de koeffisientene du fant under a).

3. a) Finn den diskret-tid Fourier-transformerte (DTFT) til signalet

$$u[k] = sin(\frac{2\pi}{3}k) + cos(\frac{\pi}{8}k), \quad k \geq 0.$$

   Hint: husk sammenhengen mellom z-transformen og diskret-tid Fourier-transformen.

   b) Skisser amplitude- og fase-spekteret til dette signalet.

c) Kommandoen `yulewalk` i MATLAB kan brukes for å konstruere uendelig impulsrespons (IIR) filtre. Utfør kommandoen

```
[b,a]=yulewalk(3,[0 0.49 0.51 1],[0 0 1 1])
```

Vektorene `b` og `a` angir koeffisientene i henholdsvis teller og nevner til et diskret-tid filter. Finn et uttrykk for frekvensresponsen til filteret og skisser amplituderesponsen.

d) Bruk kommandoen `filter` for å filtrere signalet $u[k]$ gjennom filteret. Plott $u[k]$ og det filtrerte signalet i MATLAB.

e) Hva kan du si om effekten av filteret? D.v.s. hvordan blir effekten på de ulike frekvenskomponentene til signalet som filtreres?

f) Svarer dette til hva du hadde forventet utfra amplituderesponsen til filteret?

4. Finn det positiv-tid signalet som svarer til spekteret

$$F(\omega) = \frac{e^{j\omega}}{e^{j2\omega} - 0.01}.$$

Hint: husk sammenhengen mellom z-transformen og diskret-tid Fourier-transformen.

Øving 10

DFT (Diskret Fourier Transform) er et nyttig verktøy i flere sammenhenger, deriblant talegjenkjenning. En deloppgave i et talegjenkjenningssystem er oppgaven å kunne skille vokalene "a", "e" og "o" fra hverandre.

En datafil med typiske data for "a", "e" og "o" samt 6 ukjente bokstaver skal brukes. For UNIX-brukere ligger filen i katalogen

~pub/ftp/tele-signal-group/courses/4042_DigitalSignalProcessing/

For PC-brukere kan filen finnes på anonym FTP til *ftp.hsr.no*, katalog

tele-signal-group/courses/4042_DigitalSignalProcessing

Filnavnet er i begge tilfeller `aeo.mat`. Filen koiperes/hentes ned og lastes inn i MATLAB med kommandoen *load*. (UNIX-brukere: ikke forsøk å hente filen direkte inn i Matlab, dette er ikke så enkelt som det burde ha vært). Filen inneholder variablene

- `a1` $\cdots$ `a4` som er “typiske” deler av vokalen “a”
- `e1` $\cdots$ `e4` som er “typiske” deler av vokalen “e”
- `o1` $\cdots$ `o4` som er “typiske” deler av vokalen “o”
- `data1` $\cdots$ `data6` som er deler av ukjente vokaler

Alle data er samplet ved 11kHz.

a) Første oppgave består i å finne spekteret til typiske vokaler. Kommandoen i MATLAB for å finne DFT-spekteret heter *FFT*. For å unngå at de laveste frekvensene (som det er mest energi i) dominerer fullstendig over de høye, er det vanlig å plotte logaritmen til amplitudespekteret i slike sammenhenger. Finn gjennomsnittlig logaritme av amplitudespektrene til de typiske “a”-ene og plott dette. Tips: gjennomsnitt=summen av spektrene delt på 4. Tips: for å få negative frekvenser på venstre side i plottet, og positive frekvenser på høyre side kan du bruke kommandoen *fftshift*.

b) Samme oppgave for “e”.

c) Samme oppgave for “o”.

d) Plott tilsvarende spektre for de ukjente bokstavene `data1` $\cdots$ `data6`, og avgjør ved å se på spektralformen hvilke bokstaver det er.

e) For å være nyttig i en anvendelse, er det ikke akseptabelt at et menneske må sammenligne spektrene til de forskjellige innleste bokstavene mot “typiske” spektre. En må ha et automatisk system for å gjøre dette. Et problem med spektrene vi har her, er at de inneholder en del støy (observeres som fullt av “småspikrer” på spektrene). For å bøte på dette kan en glatte ut log-spekteret med filteret som konstrueres med kommandoen *[b,a]=yulewalk(3,[0 0.09 0.11 1],[1 1 0 0])*. Filtreringen utføres da med kommandoen f.eks. *DATA1=filter(b,a,data1)*. Finn summen av de kvadrerte differansene mellom de glattede spektrene for hver ukjent bokstav og de typiske bokstavene. Skriv ned disse summene.

f) En bokstav klassifiseres som den som gir minst avvik med de typiske bokstavene. Samsvarer denne klassifiseringen med det du fant i d)?

Øving 11

1. Oppgave 1 fra eksamen 25. november 1993.
2. Oppgave 2 fra eksamen 25. november 1993.
3. Oppgave 3 fra eksamen 5. mai 1994.

Andre relevante eksamensoppgaver

1. Oppgave 4 c-e fra eksamen 25. november 1993.
2. Oppgave 1 fra eksamen 5. mai 1994.
3. Oppgave 2 fra eksamen 5. mai 1994, kun system 1 og 2, system 3 krever noe omforming som er mindre relevant.
4. Hele eksamen 8. desember 1994.
5. Hele eksamen 24. mai 1995 (muntlig).