DATO: 29. november 1996

HØGSKOLEN I STAVANGER

Institutt for elektroteknikk og databehandling

EKSAMEN I: TE 6272 Signalbehandling

VARIGHET: 5 timer

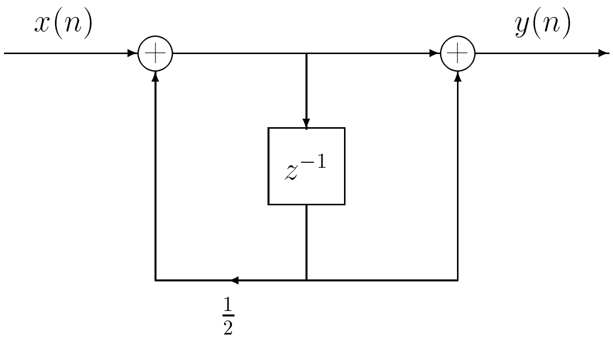
TILLATTE HJELPEMIDLER: Kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 4 SIDER

MERKNADER: Noen nyttige formler er oppgitt på siste side.

Oppgave 1

Gitt systemet vist i figur 1.



Figur 1: Diskret-tid system.

a) Finn differanseligningen for systemet.

b) Finn enhetspulsresponsen, $h(n)$.

c) Beregn $y(n)$ når vi påtrykker et enhetssprang på inngangen.

d) Kontrollér svaret i forrige delspørsmål ved å bruke konvolusjon.

e) Er systemet stabilt? Er det kausalt? Begrunn svarene kort.

f) Finn enhetspulsresponsen til det *inverse* systemet, og skissér en realisering av dette.

g) Verifisér i tidsplanet at sammenkoblingen av originalsystemet og dets invers gir et “identitetsystem”.

Oppgave 2

a) Finn alle mulige enhetspulsresponser $h(n)$ assosiert med z-transformen

$$H(z) = \frac{5z^{-1}}{(1-2z^{-1})(3-z^{-1})}. \tag{1}$$

Hvilke gir et stabilt filter?

b) Gitt et 4-tappers FIR-filter, dvs. et filter hvor $h(n) = 0, n \notin \{0,1,2,3\}$. Vi ønsker å plotte filterets frekvensrespons. Forklar kort hvordan dette kan gjøres ved å bruke Diskret-Tid-Fouriertransform (DFT). Hvordan kan oppløsningen varieres?

c) Bruk radix-2-algoritmen til å beregne 4 punkter på frekvensresponskurven til filteret i b). Tegn diagram.

Oppgave 3

Vi ønsker å lage et kausalt LTI-system slik at dersom inngangssignalet er gitt ved

$$x(n) = (\frac{1}{2})^n u(n) - \frac{1}{4}(\frac{1}{2})^{n-1}u(n-1), \tag{2}$$

så vil utgangssignalet bli

$$y(n) = (\frac{1}{3})^n u(n). \tag{3}$$

a) Finn enhetspulsresponsen $h(n)$ og systemfunksjonen $H(z)$ for systemet slik at det oppfyller den gitte betingelsen.

b) Finn differanseligningen som karakteriserer systemet.

c) Finn en realisering (blokk-diagram) av systemet som minimaliserer antall forsinkelseselementer.

d) Er systemet stabilt? Begrunn kort svaret.

Oppgave 4

I denne oppgaven skal vi studere en stokastisk prosess $x(n)$. Denne dannes ved å sende hvit støy $w(n)$ gjennom et filter. $x(n)$ dannes ved følgende differanseligning:

$$x(n) = 0.8x(n-1) - 0.15x(n-2) + w(n). \tag{4}$$

Den hvite støyen har middelverdi 0 og varians $\sigma_w^2 = 1$.

a) Hva slags prosess er $x(n)$? Finn effektspektraltettheten til prosessen og skissér denne.

b) Vis at de 3 første verdiene av autokorrelasjonen til prosessen er gitt ved $r_{xx}(0) = 1.982$, $r_{xx}(1) = 1.379$ og $r_{xx}(2) = 0.806$.

c) En lineær prediktor av orden p er definert ved

$$\hat{x}(n) = -\sum_{i=1}^{p} a_p(i)x(n-i). \tag{5}$$

De optimale prediksjonskoeffisientene $\{a_p(i)\}$ finnes ved å minimaliser den forventede prediksjonsfeilvariansen, $E[(x(n) - \hat{x}(n))^2]$. Utfør minimaliseringen og finn de såkalte normalligningene som bestemmer de optimale prediksjonskoeffisientene.

d) Bruk resultatet fra forrige delspørsmål til å beregne prediksjonskoeffisientene i tilfellene $p = 1$ og $p = 2$. Kommentér svarene kort.

e) Beregn prediksjonsfeilvariansen i begge tilfellene i forrige delspørsmål.

f) Finn og skissér prediksjonsfeilens effektspektraltetthet i begge tilfellene i oppgave d).

g) Dersom du i oppgave d) hadde regnet ut prediksjonskoeffisientene for $p = 3$, hva tror du svaret hadde blitt?

Nyttige formler

Annengradsligningen $az^2 + bz + c = 0$ har løsning

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{6}$$

$$e^{j\omega} = \cos\omega + j\sin\omega \tag{7}$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} a^n = \frac{1-a^N}{1-a} \tag{8}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} a^n = \frac{1}{1-a}, \;\; |a| < 1 \tag{9}$$

Enhetssprang:

$$u(n) = \begin{cases} 1, n \geq 0 \\ 0, \;\text{ellers}, \end{cases} \tag{10}$$