DATO: 24 mai 1996

HØGSKOLEN I STAVANGER
AVDELING FOR TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE FAG
EKSAMEN I: TE509 Digitale og analoge filtre
LENGDE PÅ EKSAMEN: 5 timer, 09.00-14.00
TILLATTE HJELPEMIDLER: Kalkulator
OPPGAVESETTET BESTÅR AV: 5 sider

Oppgave 1

(a) [5%] I figur 1, finn hvilke frekvensresponser (absoluttverdi) som passer best til beskrivelsene under. Alle respons-plottene bruker samme aksesystem, og logaritmisk skala brukes både i x- og y-retning. Begrunn svarene.

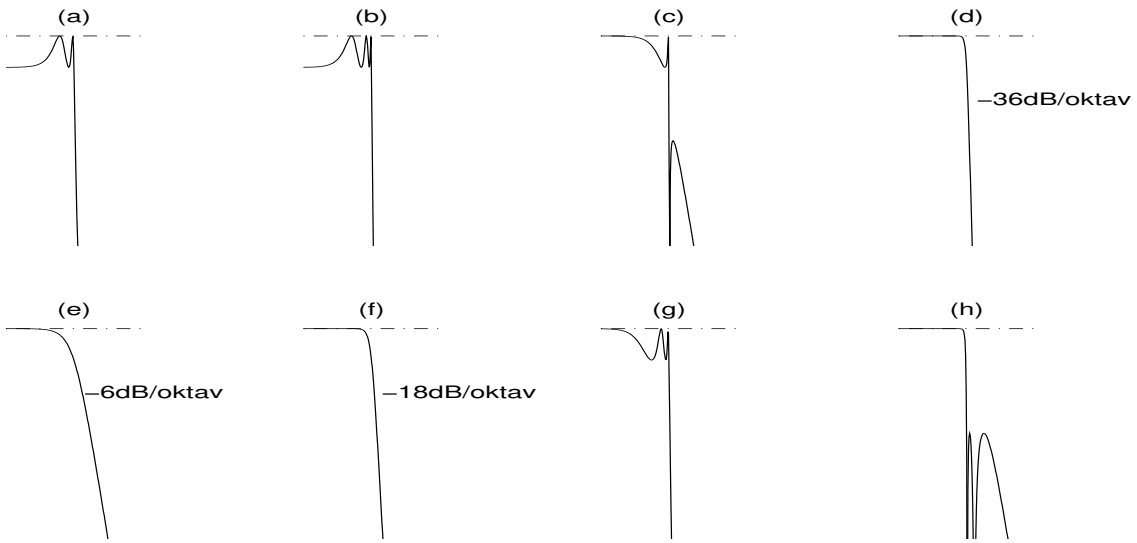
(i) 3. orden Butterworth lavpass

(ii) 5. orden Chebyshev type 1 lavpass

(iii) 4. orden Chebyshev type 1 lavpass

(iv) 6. orden Butterworth lavpass

(v) 4. orden Chebyshev type 2 lavpass



Figur 1: Frekvensresponser, tidskontinuerlige filtre

(b) [5%] Gjør tilsvarende med figur 2 og beskrivelsene under. Igjen er aksene de samme for alle figurene, men her har vi lineær skala både i x og y. Begrunn også her svarene.

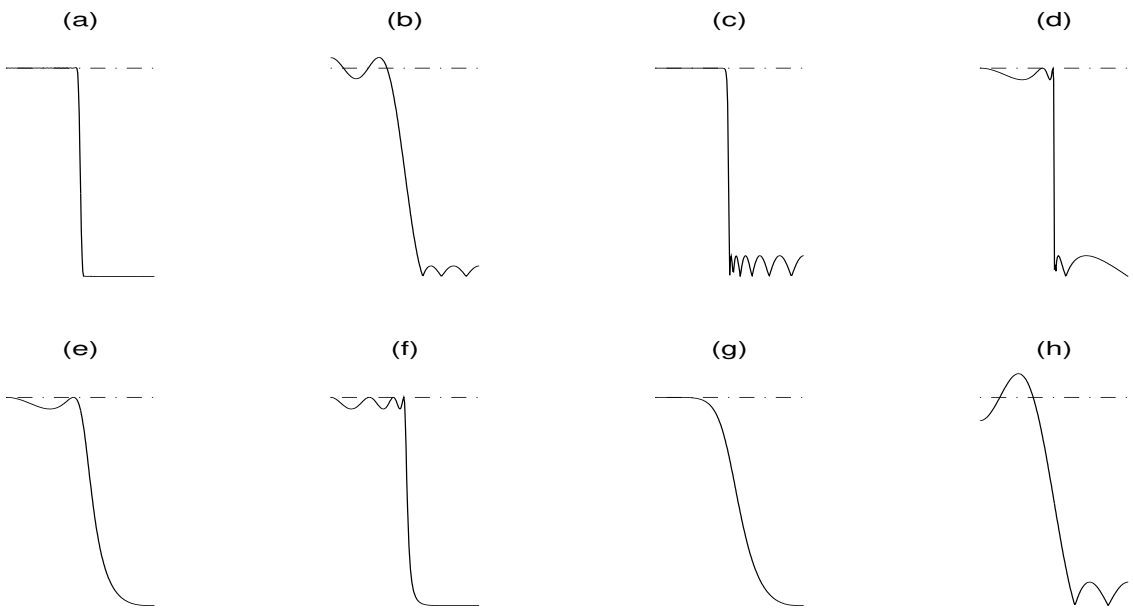
(i) 150. orden FIR lavpass

(ii) 3. orden Butterworth lavpass

(iii) 7. orden Chebyshev type 1 lavpass

(iv) 10. orden lavpassfilter designet med Parks-McClellan-algoritmen

(v) Chebyshev type 2 lavpass

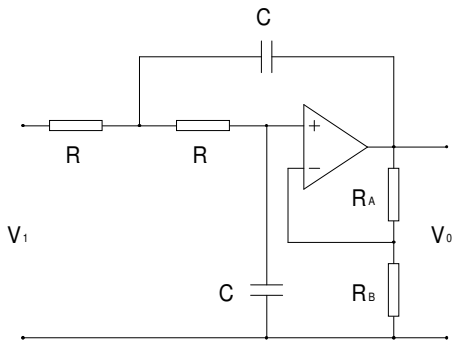


Figur 2: Frekvensresponser, tidsdiskrete filtre

Oppgave 2

(a) [10%] Design et tidskontinuerlig lavpassfilter som ikke demper mer enn 3 dB i passbåndet, men minst 23 dB i stoppbåndet. $f_c = 2.0$ kHz, og $f_s = 4.0$ kHz. Løsningen skal skrives på faktorisert form.

(b) [10%] Bestem komponentverdier slik at en kaskade av Sallen-Key-seksjoner (figur 3) realiserer et slikt filter. Sørg for riktig forsterkning med et etterfølgende forsterkerledd.



Figur 3: Sallen-Key lavpass-seksjon

(c) [10%] Hvilke spesifikasjoner får filteret fra deloppgave (a) dersom vi benytter frekvenstransformasjonen $\overline{s} = 1/s$? Begrunn svaret.

(d) [10%] Den normaliserte lavpass-til-båndpass-transformasjonen er gitt ved

$$\overline{s} = Q \cdot \frac{s^2 + 1}{s} \tag{1}$$

der $\overline{s}$ er frekvensvariabel for lavpassfilteret, og Q er kvalitetsfaktoren (se også ligningssettet på siste side). Lag et båndpassfilter med følgende spesifikasjoner:

- Passbånd: 6.5 kHz $\leq f \leq$ 8.9 kHz
- Dempning i passbånd: maksimum 3 dB
- Stoppbånd: $0 \leq f \leq$ 5 kHz og $f \geq$ 12 kHz
- Dempning i stoppbånd: minimum 20 dB

Finn kun det normaliserte filteret $H_N(s)$. Beskriv hvordan du oppnår det endelige filteret $H(s)$.

(e) [10%] Kommenter plasseringen av poler og nullpunkter i filteret over. (Du trenger ikke finne verdier for polene.)

Oppgave 3

(a) [10%] Den bilineære transformasjonen er gitt ved

$$s = \frac{2}{T}\frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \tag{2}$$

Beskriv hvordan vi kan være sikre på at et stabilt filter (i s) forblir stabilt etter transformasjon til z ved bruk av denne.

(b) [10%] Ta som utgangspunkt et 3. ordens Chebyshev lavpassfilter, og design ved hjelp av den bilineære transformasjonen et tidsdiskret lavpassfilter med 0.5 dB knekkfrekvens $\omega_c = 0.4\pi$.

(c) [10%] Gitt følgende ideelle, ikke-kausale respons for et lineær fase FIR-filter:

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & |\omega| \geq \omega_c \\ 0 & \text{ellers} \end{cases} \tag{3}$$

Vis at impulsresponsen til dette filteret er

$$h[n] = \begin{cases} -\frac{\sin n\omega_c}{\pi n}, & n \neq 0 \\ 1 - \frac{\omega_c}{\pi} & n = 0 \end{cases} \tag{4}$$

(d) [10%] Bruk vindusmetoden og et rektangulært vindu av lengde 5 til å lage et høypassfilter med $\omega_c = 0.7\pi$. Hvordan normaliserer man responsen til dette filteret?

(e) [10%] Forklar hvordan frekvens-samplingsmetoden for filterdesign fungerer. Hva er kriteriet for at man skal kunne implementere det resulterende filteret effektivt ved en FIR/IIR-struktur, og hvordan gjøres dette?

Formler

Tidskontinuerlig fouriertransform

$$\begin{aligned} X(j\Omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\Omega t}\mathrm{d}t \\ x(t) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(j\Omega)e^{j\Omega t}\mathrm{d}\Omega \end{aligned}$$

Tidsdiskret fouriertransform

$$\begin{aligned} X(e^{j\omega}) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n} \\ x[n] &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega})e^{j\omega n}\mathrm{d}\omega \end{aligned}$$

DFT/IDFT

$$\begin{aligned} X[k] &= \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j2\pi kn/N} \\ x[n] &= \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{j2\pi kn/N} \end{aligned}$$

Sallen-Key overføringsfunksjon

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{K}{s^2 + (3-K)s + 1} \\ K &= 1 + R_A/R_B \\ RC &= \Omega_c^{-1} \end{aligned}$$

Frekvenstransformasjoner

$$\begin{aligned} \overline{s} &= \frac{1}{s} && \text{(LP}\rightarrow\text{HP)} \\ \overline{s} &= \frac{1}{Q}\frac{s}{s^2+1} && \text{(LP}\rightarrow\text{BS)} \\ \overline{s} &= Q\frac{s^2+1}{s} && \text{(LP}\rightarrow\text{BP)} \\ \Omega_0 &= \sqrt{\Omega_l\Omega_u} \\ B &= \Omega_u - \Omega_l \\ Q &= \frac{\Omega_0}{B} \end{aligned}$$

Nødvendig filterorden

$$\begin{aligned} n &\geq \frac{\log[(10^{0.1A_s}-1)/\varepsilon^2]}{2\log\omega_s} && \text{(Butterworth)} \\ n &\geq \frac{\cosh^{-1}\sqrt{(10^{0.1A_s}-1)/\varepsilon^2}}{\cosh^{-1}\omega_s} \\ &\approx \frac{\ln\sqrt{4(10^{0.1A_s}-1)/\varepsilon^2}}{\ln(\omega_s+\sqrt{\omega_s^2-1})} && \text{(Chebyshev)} \end{aligned}$$

Diverse matematiske identiteter

$$
\begin{aligned}
e^{jx} &= \cos(x) + j\sin(x) \\
e^{-jx} &= \cos(x) - j\sin(x) \\
\tan x/2 &= \frac{\sin x}{1+\cos x} = \frac{1-\cos x}{\sin x} \\
\sin 2x &= 2\sin x \cos x \\
\cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x \\
\sinh x &= \frac{e^x - e^{-x}}{2} \\
\cosh x &= \frac{e^x + e^{-x}}{2} \\
\sinh^{-1} x &= \ln(x + \sqrt{x^2+1}) \\
\cosh^{-1} x &= \ln(x + \sqrt{x^2-1})
\end{aligned}
$$

3 dB rippel Butterworth-polynomer ($\varepsilon = 1$)

n	Polynom	Faktorisert polynom
1	$s+1$	$s+1$
2	$s^2 + 1.4142s + 1$	$s^2 + 1.4142s + 1$
3	$s^3 + 2s^2 + 2s + 1$	$(s+1)(s^2+s+1)$
4	$s^4 + 2.613s^3 + 3.414s^2 + 2.613s + 1$	$(s^2 + 0.765s + 1)(s^2 + 1.848s + 1)$

0.5 dB rippel Chebyshev-polynomer ($\varepsilon = 0.3493$):

n	Polynom	Faktorisert polynom
1	$s + 2.863$	$s + 2.863$
2	$s^2 + 1.425s + 1.516$	$s^2 + 1.425s + 1.516$
3	$s^3 + 1.253s^2 + 1.535s + 0.716$	$(s + 0.626)(s^2 + 0.626s + 1.142)$
4	$s^4 + 1.197s^3 + 1.717s^2 + 1.025s + 0.379$	$(s^2 + 0.351s + 1.064)(s^2 + 0.845s + 0.356)$