

# Høgskolen i Stavanger

## Institutt for Elektroteknikk og Databehandling

EKSAMEN I: TE 559 Signaler og Systemer

VARIGHET: 09.00-14.00

TILLATTE HJELPEMIDLER: Kalkulator og Rottmans formelsamling

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 4 SIDER

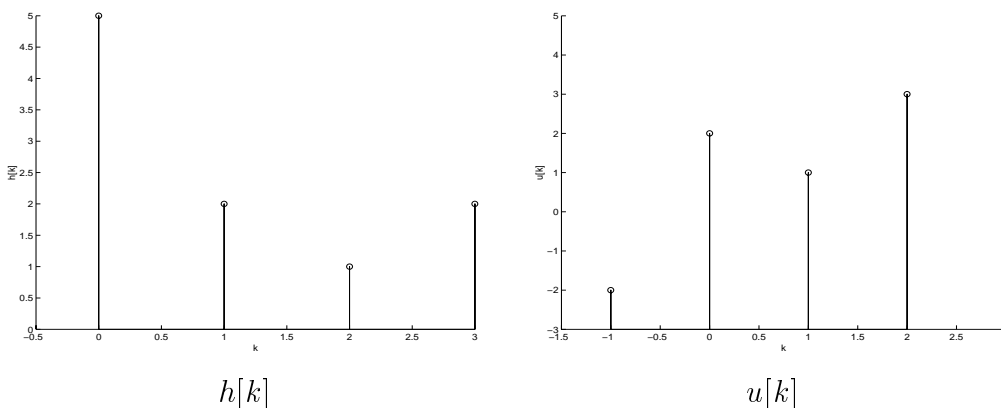
MERKNADER: Formelark på 7 sider er vedlagt.

PS! Bruk tiden effektivt. Dersom du står fast, gå videre til neste deloppgave du kan løse.

**Kontakt under eksamen:** Trygve Randen (tel. 920 98 257 / 51 50 64 19).

### Oppgave 1 (25%)

- Forklar kort begrepet tidsinvarians.
- Gi et eksempel på et ikke-tidsinvariant system.
- Utfør konvolusjonen mellom signalene  $h[k]$  og  $u[k]$  nedenfor.

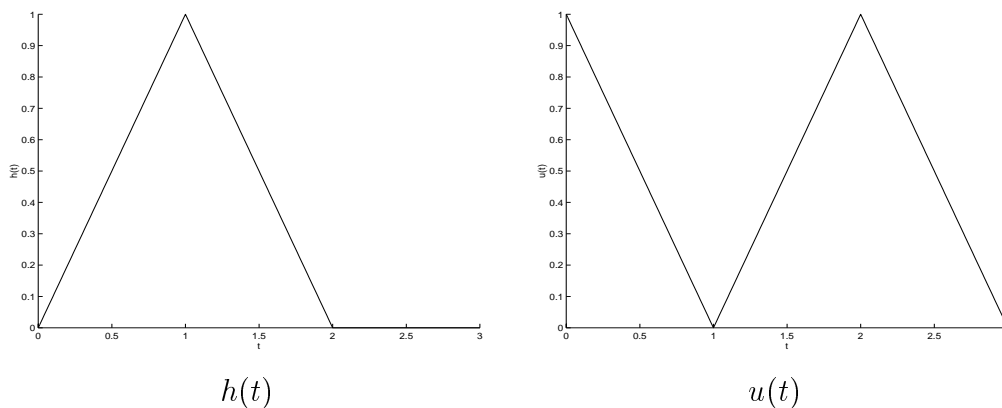


Få med alle ikke-null verdier.

- Dersom man utfører  $\mathcal{F}^{-1} \{ \mathcal{F}\{u[k]\} \cdot \mathcal{F}\{h[k]\} \}$ , der  $\mathcal{F}\{\cdot\}$  svarer til diskret tid Fourier transformasjon (DTFT), skulle man få samme resultat som ovenfor. Man får imidlertid ikke samme resultat dersom man bytter ut

DTFT med diskret Fourier transformasjon (DFT). Hva blir resultatet da? (DU skal beskrive, ikke regne her.)

- e) Finn svaret man får ved å bruke DFT.  
Hint: Det lønner seg å se på svaret fra forrige deloppgave før du bruker masse tid på transformeringer...
- f) Utfør den kontinuerlige konvolusjonen mellom signalene nedenfor.



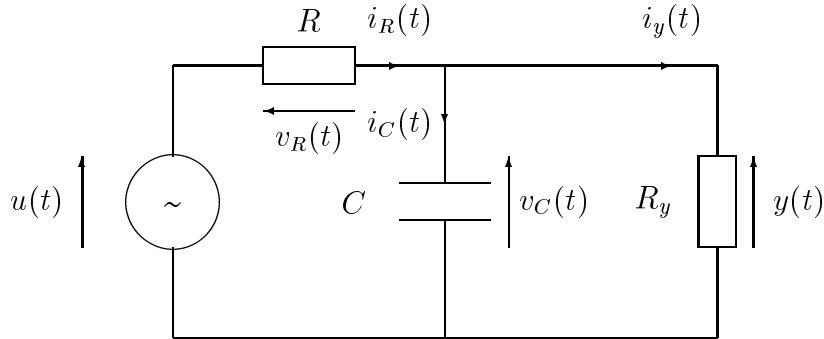
Svaret skal være en skisse av resultatet.  
Hint: Grafisk konvolusjon er trolig det letteste.

## Oppgave 2 (15%)

- a) Man kan grovt sett anta at et ungt menneske hører frekvenser i området 20Hz til 20kHz. Hele det hørbare området skal representeres i et diskret tid signal via sampling. Hvilken samplingsfrekvens må man minst bruke for å unngå at aliasing oppstår med frekvenser innen det hørbare området?
- b) Signalet som samples kan inneholde frekvenser over 20kHz. Hva gjør man med disse for å unngå aliasing.
- c) Anta at man har samplet signalet som du foreslo ovenfor. Man skal så sende signalet i sann tid over en ISDN-kanal med 8 bits per sample. Overføringsraten til en ISDN-kanal er 64.000 bits i sekundet. Finn den maksimale signalfrekvensen som vi kan overføre uten aliasing i den kanalen.
- d) Man har nå flere samples per sekund enn man kan overføre. Hvordan vil du løse dette? Husk at signalet inneholder høyere frekvenser enn kanalen kan overføre. Løsningen skal kun inneholde diskret-tid komponenter, d.v.s. ingen analog signalbehandling.

### Oppgave 3 (50%)

Gitt systemet nedenfor:



Husk at  $i_C(t) = Cdv_C(t)/dt$ .

- a) Vis at systemets differensialligning er

$$y(t) = -\frac{CR R_y}{R_y + R} \frac{dy(t)}{dt} + \frac{R_y}{R_y + R} u(t).$$

- b) Finn systemets transferfunksjon (overføringsfunksjon).
- c) Skriv opp systemets frekvensrespons. Du kan her anta relasjonen  $H(\omega) = H(s)|_{s=j\omega}$ .
- d) Dette systemet utgjør et filteroppsett der  $R_y$  er lasten og  $R$  og  $C$  utgjør selve filteret. Av erfaring vet vi at slike systemer er lavpassfiltre. Vi ønsker nå å konstruere filteret etter våre krav. Kravene er:
- Last  $R_y = 1k\Omega$ .
  - Forsterkning ved 2kHz er  $\frac{3}{5}$ .
  - Forsterkning ved 6kHz er  $\frac{2}{5}$ .

Finn hvilke verdier  $R$  og  $C$  da må ha.

Hint: Løsningen vil inneholde et andre-ordens ligningssett. Ved å bruke eliminasjonsmetoden på  $R^2C^2$  i ligningssettet finner man svaret relativt lett.

- e) Du skal i den videre regningen bruke de tilnærmede verdiene  $R = 20\Omega$  og  $C = 7 \cdot 10^{-6}F$ . Sett opp uttrykket for systemets amplituderrespons.
- f) Skisser amplituderresponsen i området 0 til 10kHz.

- g) Undersøk om systemet er stabilt.
- h) Dette systemet ønskes kopiert inn i et diskret-tid oppsett, med samme egenskaper. Maksimalfrekvensen som systemet skal håndtere er 10kHz. Velg samplingsfrekvens og omforme systemet til diskret tid v.h.a. bilinear transformasjon. Finn det nye systemets transferfunksjon.
- i) Undersøk om dette systemet er stabilt. Er svaret som forventet?
- j) Finn et uttrykk for det nye systemets amplituderrespons.
- k) Skisser amplituderresponsen. Langs den horisontale akse fører du på både diskret tid vinkelfrekvens og den relaterte frekvensen i Hertz. Er det samsvar med forrige amplituderrespons?
- l) La inngangen til systemet være enhetssteget,  $u[k] = q[k] = 1$  for  $k \geq 0$ . Finn systemutgangen.

#### Oppgave 4 (10%)

Autokorrelasjonsfunksjonen,  $r[k]$ , til et signal er et viktig mål i stokastisk signalbehandling. En vanlig formel for å estimere denne er gitt ved

$$r[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]x[n-k],$$

for signaler  $x[k]$  av lengde  $N$ .

- a) Finn  $z$ -transformasjonen til autokorrelasjonen  $r[k]$  uttrykt ved  $z$ -transformasjonen til  $x[k]$ ,  $X(z)$ .
- b) Diskret tid Fourier transformasjonen (DTFT) til autokorrelasjonsfunksjonen kalles autoeffektspekteret. Bruk resultatet ovenfor for å estimere autoeffektspekteret til  $x[k] = \sin\left(\frac{\pi}{2}k\right)$ .  
PS! Autoeffektspekteret er alltid reelt, d.v.s. inneholder ikke noen imaginære deler.