

EKSAMEN I: TE 559 Signaler og Systemer

VARIGHET: 09.00-14.00

TILLATTE HJELPEMIDLER: Kalkulator og Rottmans formelsamling

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 3 SIDER

MERKNADER: Formelark på 7 sider er vedlagt.

Husk: Alle svar skal begrunnes. Gi korte og presise svar fremfor å bruke mye tid på unødig lange svar.

Husk også at selv om det er deloppgaver du står fast på, er det godt mulig at senere deloppgaver kan løses allikevel.

Kontakt under eksamen: John Håkon Husøy (tel. 2046/priv. 51 59 08 83).

Oppgave 1 (25%)

Overføringsfunksjonen (transferfunksjonen) for et digitalt filter er

$$H(z) = c \cdot \frac{z^2 + a^2}{z^3 - b^2 z}, \quad a, b > 0$$

- Finn poler og nullpunkt og angi betingelsen for at filteret skal være stabilt. Lag en skisse som viser plasseringen i det komplekse z -plan.
- Hva blir differanseligningen?
- Er dette et FIR eller IIR filter?
- Sett $a = 1$, $b = 0.8$ og $c = 0.1$. Hva blir frekvensresponsen, amplitudeverdi og fase?
- Skisser amplituderresponsen.
- Hva slags filter er dette (lavpass, høypass, ...)?
- Skisser amplituderresponsen til filteret dersom vi legger til et nullpunkt i $z = 1$. PS! En skisse er *ikke* en nøyaktig tegning. Med litt innsikt kan denne deloppgaven løses uten regning.

Oppgave 2 (35%)

- a) Hva er den felles grunnidéen bak alle teknikkene vi har for frekvensanalyse (Fourier-transformasjon, Fourier-rekke, diskret-tid Fourier-transformasjon, diskret-tid Fourier-rekke, diskret Fourier-transformasjon)?
- b) Diskret Fourier-transformasjon (DFT) og diskret Fourier-rekkeutvikling (DTFS) er to frekvensanalyseteknikker som ligner mye på hverandre. Hva er forskjellen på teknikkene? Til tross for sine likheter, er teknikkene utviklet fra forskjellige utgangspunkt. Hva er forskjellen på utgangspunktet for DFT og DTFS?
- c) Et periodisk signal, $f(t)$, som er periodisk med periode P kan skrives som

$$f(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m e^{jm\frac{2\pi}{P}t}.$$

Hva kalles denne skrivemåten for $f(t)$? Hva kalles koeffisientene c_m ? Hvorfor forekommer ikke $e^{j\frac{1}{2}\frac{2\pi}{P}t}$ i summen ovenfor?

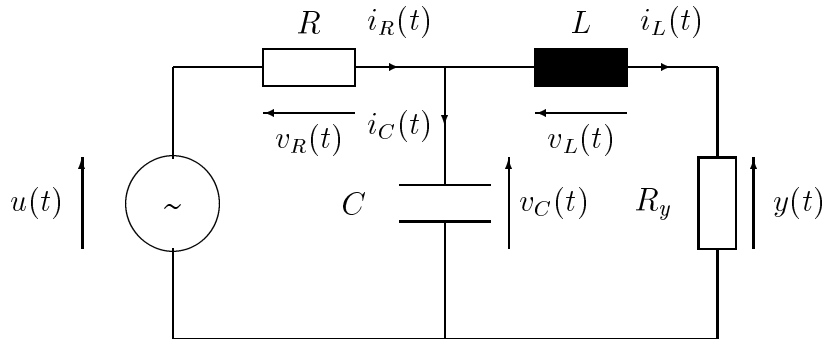
- d) Finn diskret Fourier-transformasjonen (DFT'en) til signalet

$$f[k] = \{2, 5, 7, 1\}.$$

- e) Tegn DFT-amplitudespekteret til dette signalet.
- f) Anta at signalet var samlet ved 30Hz. Relater frekvensene som forekommer i spekteret ovenfor til fysiske frekvenser i det samlede signalet.

Oppgave 3 (40%)

Gitt systemet skissert i figuren nedenfor:



Her gjelder at $v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$ og $i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}$, og at vi har spenningslikevekt og at strømmen inn i et knutepunkt er lik strømmen ut.

- a) Vis at differensialligningen til systemet er

$$y(t) = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_y}} \left(u(t) - \frac{RCL}{R_y} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} - \left(RC + \frac{L}{R_y} \right) \frac{dy(t)}{dt} \right).$$

Denne oppgaven kan være noe vrien og bør kanskje tas til slutt. Når du skal løse oppgaven lønner det seg å være systemetisk. En fremgangsmåte er å skrive opp alle ligningene som en kan finne ut fra kretsen og de opplysninger som er gitt (til sammen 7) og løse problemet som et lineært ligningssett ved substitusjon.

- b) La $R = 1\Omega$, $L = 3H$, $C = 2F$ og $R_y = 8\Omega$. Skriv opp differensialligningen med disse verdiene satt inn.
- c) Finn overføringsfunksjonen (transferfunksjonen) til systemet.
- d) Er systemet stabilt?
- e) La inngangssignalet til systemet være $u(t) = \sin(100\pi t)$, $t \geq 0$. Finn et eksplisitt uttrykk for $y(t)$.

Husk at da verken initialbetingelsene, inngangssignalet eller systemligningen inneholder komplekse tall er det ikke rimelig at løsningen er kompleks.

Tips: Dersom du ikke har tid til å gjøre denne oppgaven i detalj, beskriv grundig de stegene du hadde tenkt å gjøre for å komme frem til løsningen.