HØGSKOLEN I STAVANGER

Institutt for Elektroteknikk og Databehandling

EKSAMEN I: TE 559 Signaler og Systemer

VARIGHET: 09.00-14.00

TILLATTE HJELPEMIDLER: Kalkulator og Rottmans formelsamling

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 4 SIDER

MERKNADER: Formelark på 7 sider er vedlagt.

Husk: Alle svar skal begrunnes. Gi korte og presise svar fremfor å bruke mye tid på unødig lange svar.
Husk også at selv om det er deloppgaver du står fast på, er det godt mulig at senere deloppgaver kan løses allikevel.
Kontakt under eksamen: John Håkon Husøy (tel. 2046) eller Trygve Randen (tel. 51 50 64 19).

Oppgave 1 (20%)

a) Forklar hva vi legger i begrepet kausalitet for et system.

b) Finnes det tilfeller der ikke-kausalitet ikke representerer noe praktisk problem? Gi i så fall et eksempel.

c) Et telefonsignal skal overføres ved hjelp av ISDN, som er en digital overføringsstandard. En ISDN-kanal har kapasitet på ca. 64 000 bits per sekund. Anta at telefonen kvantiserer hvert sample med 8 bits. Hvor stor samplingfrekvens kan vi da maksimalt ha på ISDN-kanalen?

d) Anta at vi sampler med maksimal samplingsfrekvens. Et signal med frekvenskomponentene $f_1 = 100Hz$, $f_2 = 3\ 000Hz$ og $f_3 = 20\ 000Hz$ samples, overføres og avspilles i mottakerens høyttaler. Det inngår ingen anti-alias filtrering. Hvilke frekvenser vil disse høres ut som i mottakerens høyttaler?

e) Underveis i overføringen blir signalet frekvensanalysert. Alle ledd i overføringen er digitale, så frekvensanalysen er tidsdiskret. Hvilke diskret-tid vinkelfrekvenser vil $f_1 \cdots f_3$ opptre som?

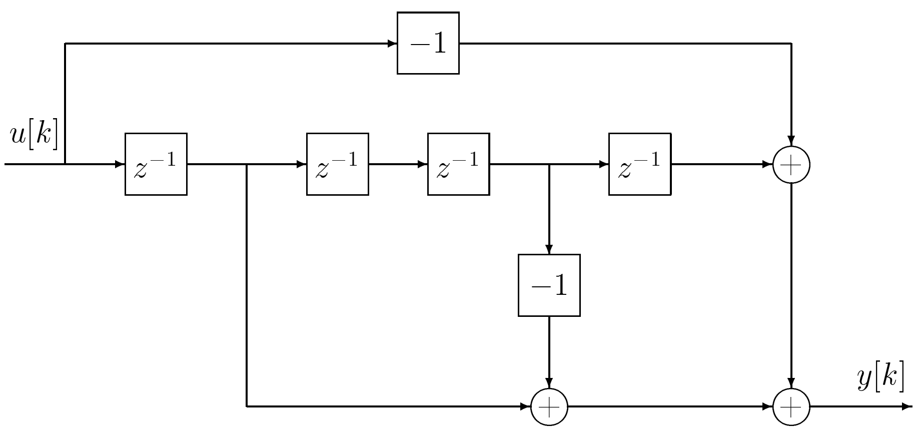
f) La vinkelfrekvensen ω_2 svare til f_2 (du har funnet ω_2 ovenfor). Signalet filtreres gjennom et diskret-tid filter med

$$H(\omega_2) = 0.5e^{-j1.2}.$$

Beskriv kort den informasjonen som vi kan lese ut av ligningen ovenfor.

Oppgave 2 (20%)

Gitt systemet



Husk at blokken z^{-1} svarer til enhetsforinkelsen.

a) Finn differanseligningen til systemet.

b) Hva er enhetspulsresponsen? Svaret skal gis i form av sampleverdiene til enhetspulsresponsen, ikke som en differanseligning.

c) La inngangen være signalet $u[k] = \{1, 2, 3\}$. Hva er utgangen?

d) Finn systemets overføringsfunksjon (transferfunksjon).

e) Bruk resultatet ovenfor til å finne systemets frekvensrespons.

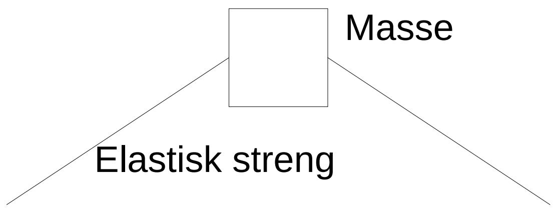
f) Finn diskret Fourier-transformasjonen til enhetspulsresponsen.

g) Hva er sammenhengen mellom de to foregående resultatene?

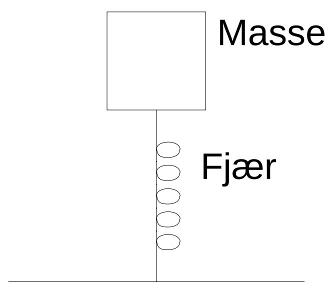
Oppgave 3 (60%)

Vi skal nå modellere og finne egenskapene til en gitarstreng. Ved modellering av fysiske systemer gjør en ofte antakelser for å kunne håndtere systemene. Gitarstengen svinger noe a la figuren under.

For å kunne hanskes med problemet, antar vi at strengen kan modelleres som en masse opphengt i to elastiske masseløse strenger, illustrert nedenfor.



Den elastiske strengen vil påføre massen èn kraft parallelt med og èn kraft normalt på strengens lengderetning. De parallelle kraftene fra de to strengene vil kansellere hverandre, og vi forenkler modellen til:



Dette representerer et system hvor inngangen til systemet, $u(t)$, er en kraft påført strengen. Utgangen, $y(t)$, er massens posisjon, der $y(0)$ representerer posisjonen hvor kraften fra fjæren er null. I tillegg må vi ta hensyn til luftmostand og annen friksjon, som vi antar er lineær med hensyn på massens fart,

$$f_2(t) = k_2 v(t),$$

hvor $f_2(t)$ er friksjonskraften, k_2 er en friksjonskonstant og $v(t)$ er massens fart. Relasjonen mellom fjærkraft, $f_1(t)$, fjærkonstant, k_1, og $y(t)$ er

$$f_1(t) = k_1 y(t).$$

Videre husker vi fra fysikken at

$$f_m(t) = ma(t),$$

$$v(t) = y'(t)$$

og

$$a(t) = v'(t),$$

der $v(t)$ er massens fart, $a(t)$ er massens aksellerasjon, $f_m(t)$ er aksellerasjonskraften og m er massen.

a) Newton påpekte at vi alltid har kraftlikevekt. Bruk dette til å vise at differensialligningen til systemet blir

$$y''(t) = \frac{1}{m}u(t) - \frac{k_1}{m}y(t) - \frac{k_2}{m}y'(t).$$

b) Finn systemets overføringsfunksjon (transferfunksjon).

c) Er systemet stabilt for alle fysisk realistiske verdier for k_1, k_2 og m?

d) Vi forenkler og antar at $H(s)$ fremkom fra et kausalt filter. Finn da uttrykkene for systemets frekvensrespons og systemets amplituderespons.

e) Finn (analytisk) et uttrykk for den vinkelfrekvens ω_m som gir systemet maksimal amplituderespons. Hint: Sett den deriverte lik null...

f) En gitarstrengs egenskaper bestemmes blant annet av hvor stram strengen er og hvor tykk den er. Relater stramming og tykkelse til parametrene i modellen. Forklar kort.

g) Kommenter hvordan modellparametrene påvirker hvilken grunntone strengen får. Relater forklaringen til uttrykket for ω_m.

h) La oss anta at $m = 10g = 0.010kg$, $k_1 = 0.010kg/s^2$ og $k_2 = 0.001kg/s$ (disse verdiene er valgt nokså tilfeldig og svarer ikke nødvendigvis til noen praktisk gitarstreng). Skisser amplituderesponsen opp til 1Hz.

i) Regn ut ω_m for de gitte parametre. Samsvarer dette med skissen (det burde gjøre det...).

j) Vi modellerer et gitaranslag som en Diracs deltafunksjon. Anta at inngangen er et anslag. Finn et lukket form uttrykk for utgangen, det vil si finn et uttrykk av formen $y(t) = \cdots$. Du skal her bruke verdiene for m, k_1 og k_2 fra ovenfor. Du kan anta at strengen er helt i ro og kraften fra fjæren er null i tidspunkt $t = 0$. Husk på at det vil være meningsløst å angi svaret som et komplekst signal.

k) I svaret fra foregående deloppgave kan vi identifisere både grunntonen og effekten fra friksjonen. Forklar.