

EKSAMEN I: TE 559 Signaler og Systemer

VARIGHET: 09.00-14.00

TILLATTE HJELPEMIDLER: Kalkulator og Rottmans formelsamling

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 4 SIDER

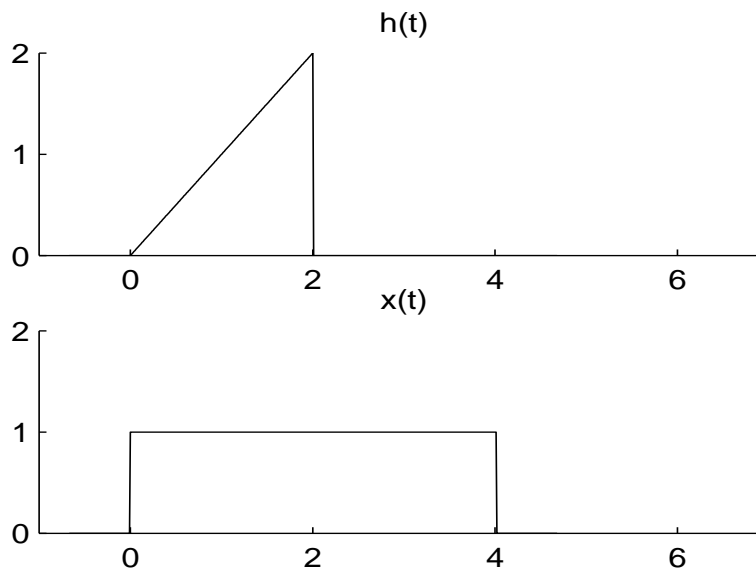
MERKNADER: Kontinuasjoneksamen. Formelark på 4 sider vedlagt.

Husk: Alle svar skal begrunnes.

Kontaktperson under eksamen er Trygve Randen, Schlumberger Geco-Prakla, tlf. 51 50 64 19 eller John Håkon Husøy, Høgskolen i Stavanger, tlf. 51 83 20 46.

Oppgave 1 (30%)

- Hva kjennetegner et system som er kausalt?
- Gitt kontinuerlig-tid signalene $h(t)$ og $x(t)$ i figuren nedenfor. Finn et uttrykk for konvolusjonen mellom disse signalene.



- Skisser resultatet.

- d) Signalet $h(t)$ er impulsresponsen til et filter. Er filteret kausalt?
- e) Finn frekvensresponsen til filteret.
- f) La t være tid i sekunder. Signalene samples med samplingsfrekvens 1Hz. Skriv opp og skisser tallsekvensene, $h[k]$ og $x[k]$ som fremkommer ved denne samplingen.
- g) Finn frekvensresponsen til det tids-diskrete filteret $h[k]$.
- h) Konvolver signalene $h[k]$ og $x[k]$ med hverandre og skriv opp og skisser alle ikke-null elementer.
- i) Kommenter likheter og avvik mellom diskret-tid og kontinuerlig-tid resultatene. Hva kunne vært gjort for å gjøre resultatene mer like?
- j) Anta at man har samplet signalene ved tidspunktene $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5$. Finn en periode til den *periodiske* konvolusjonen mellom $h[k]$ og $x[k]$. Kommenter avvikene.
- k) Forklar forskjellen mellom begrepene periode og fundamental periode for signaler.

Oppgave 2 (35%)

- a) Finn diskret-tid Fourier-transformasjonen (DTFT) til en enhetspuls.
- b) Et filter er gitt ved differanseligningen $y[k] = 2r \cos(\theta)y[k-1] - r^2y[k-2] + x[k] - 2 \cos(\theta)x[k-1] + x[k-2]$. Finn transferfunksjonen, $H(z)$, til filteret.
- c) Identifiser poler og nullpunkt til filteret. Hint: $2 \cos(\theta) = e^{j\theta} + e^{-j\theta}$.
- d) Hvilke(t) krav stilles til parametrene r og θ for at filteret skal være stabilt?
- e) La $r = 0.9$ og $\theta = \pi/4$. Skisser amplituderresponsen til systemet.
- f) Man kan regne at amplituderresponsen til $H'(\omega) = 1 - H(\omega)$ er tilnærmet lik $1 - |H(\omega)|$, altså $H'(\omega) \approx 1 - |H(\omega)|$. Basert på forrige skisse, skisser amplituderresponsen til $H'(\omega)$.
- g) Ved å variere r , vil man variere bredden på “det interessante området” til dette filteret. En r -verdi nærmere 1 vil gi større skarphet. Dersom du kombinerer kunnskapen fra DTFT av enhetspulsresponsen og spekteret ovenfor, kan du beskrive en tidsdiskret signalgenerator for tilnærmet rene toner av kort varighet?

- h) Som nevnt vil r -verdien kunne gjøre frekvensresponsen til filteret skarpere eller mindre skarp. Kan du på basis av dette si noe generelt om hvordan varigheten til de genererte toner påvirkes av dette?

Oppgave 3 (35%)

Når et analogt signal skal behandles i et digitalt system, må det først behandles og overføres til digital form. Anta at det analoge signalet kan skrives på formen

$$x(t) = \sum_{k=0}^6 \cos(k18\pi t).$$

Tiden, t , måles i sekunder.

- Skisser amplitudespekteret til kontinuerlig-tid signalet. Hint: Kun mindre mengde regning skulle være nødvendig.
- Hvilken samplingsfrekvens må man velge for å unngå problemer med aliasing?
- På grunn av systemkrav som er utenfor vår kontroll, er det valgt å sample signalet ved 50Hz. Identifiser de signalkomponentene som vil forårsake problemer med aliasing.
- Vi har ikke anledning til å endre kravet til samplingsfrekvens. Hva kan man da gjøre for å unngå aliasing?
- Anta at har kunnet iverksette tiltak mot aliasing som virker helt ideelt, d.v.s. tiltak som gjør eksakt det vi ønsker, hverken mer eller mindre (dette er ikke oppnåelig i praksis, men det bryr vi oss ikke om nå). Skriv opp de fire første signalsamplene ved alias-fri sampling ved 50Hz.
- Anta at signalet samples over et svært langt tidsrom (tilnærmet uendelig varighet) med 50Hz samplingsfrekvens og tiltak mot aliasing. Det samplede signalet skal frekvensanalyseres, og man bruker diskret-tid Fourier-transformasjon (DTFT) for frekvensanalysen. Uten noe særlig regning, skisser amplitudespekteret til diskret-tid signalet.
- Når en i praksis på en datamaskin skal frekvensanalysere å såvidt enkelt signal, vil en ikke bruke DTFT, men en annen frekvensanalyseteknikk. Hva heter denne teknikken? Redegjør for viktigste årsak(er) for valg av denne teknikken.

- h) I dette tilfellet samler man inn et signal av varighet 20 samples. Uten noe særlig regning, skisser frekvensspekteret som fremkommer ved bruk av denne alternative teknikken. Du må her gjøre noen små approksimasjoner basert på din innsikt for å unngå omfattende regnearbeid.