HØGSKOLEN I STAVANGER

Institutt for elektroteknikk og databehandling

EKSAMEN I: TE 559 Signaler og Systemer

VARIGHET: 09.00-14.00

TILLATTE HJELPEMIDLER: Kalkulator og Rottmans formelsamling

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 4 SIDER

MERKNADER: Formelark på 5 sider er vedlagt

Husk: Alle svar skal begrunnes.

Oppgave 1 (25%)

a) Forklar begrepet linearitet.

b) Forklar begrepet tidsinvarians.

c) Hva legger vi i begrepene endelig og uendelig impulsrespons (FIR og IIR)?

d) Kan ikke-rekursive diskret-tid systemer ha uendelig impulsrespons?

e) Kan rekursive diskret-tid systemer ha uendelig impulsrespons?

f) Vi har gitt et filter med impulsrespons (enhetspulsresponsen) $h[k] = \left\{\frac{1}{2}, 2, 3, 1\right\}$ og signalet $u[k] = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{6}\right\}$ (de første elementene svarer til $k = 0$). Beregn alle ikke-null verdier til $y[k] = h[k] * u[k]$, d.v.s. konvolusjonen mellom impulsresponsen og signalet.

g) Finn et uttrykk for frekvensreponsen, $H(\omega)$, til filteret.

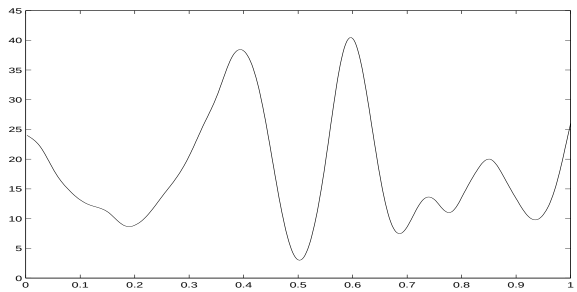
h) Skisser amplituderesponsen til filteret.

i) Skisser hvordan amplituderesponsen til filteret hadde sett ut dersom vi hadde benyttet diskret Fourier-transformasjon (DFT) av impulsresponsen. Det er ikke nødvendig å regne noe på denne deloppgaven, hvorfor ikke?

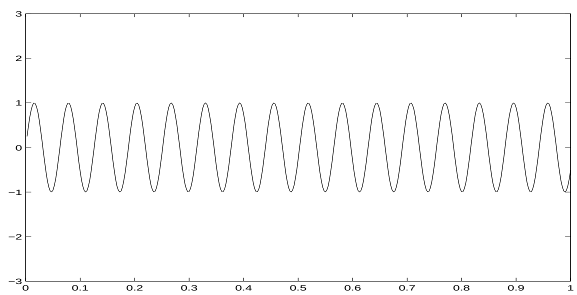
j) Hva kan vi gjøre dersom vi vil øke oppløsningen i DFT-spekteret uten å omprogrammere DFT-algoritmen som benyttes?

k) Hva forutsettes implisitt om et signal dersom man bruker DFT?

l) Signalet



skal amplitudemoduleres med bærebølgen



Skisser resultatet.

Oppgave 2 (20%)

Vi skal i denne oppgaven lage et system som automatisk gjenkjenner hvilken tone en gitarspiller har slått. En tone på en gitar består av en grunntone med frekvens f_G, samt harmoniske med frekvenser $2f_G$, $3f_G$, $4f_G$ o.s.v. Vi skal her anta at frekvensen f_G dominerer.

Laveste grunnfrekvens for en gitar er 100Hz, og grunntonene oppover danner en geometrisk tallfølge, slik at neste grunntone er $2^{1/12}$ ganger større. Det vil si at grunntonene på gitaren er 100Hz, $2^{1/12} \cdot 100$Hz, $\left(2^{1/12}\right)^2 \cdot 100$Hz, $\left(2^{1/12}\right)^3 \cdot 100$Hz og så videre. Høyeste grunntone er omkring 2000Hz.

a) Hvor stor er avstanden i frekvens mellom de to nærmeste grunntonene?

b) Vi skal analysere dette signalet i en datamaskin, og må følgelig sample signalet. Under samplingen kan vi få problemer med aliasing. Beskriv kort fenomenet aliasing. I vår spesifikke problemstilling kan aliasing få helt spesielle følger, hvilke?

c) Hvilken samplingsfrekvens må vi minst ha for å unngå aliasing av gunntonene? Hvordan kan man unngå at de harmoniske skaper problemer med aliasing?

d) Anta at vi sampler signalet fra gitaren med 10kHz. Vi skal bruke diskret Fourier-transformasjon (DFT) for tonegjenkjenning. Vis da at vi må behandle delsignaler av lengde 1681 sampler for å skille de to nærmeste grunntoner fra hverandre.

e) Hvor lang tid svarer dette delsignalet til i sekunder?

f) Dersom vi bruker definisjonen av DFT direkte, hvor mange multiplikasjoner må da utføres?

g) Hvor mange multiplikasjoner blir dette per sekund?

h) Kan du foreslå hvordan beregningskompleksiteten kan reduseres? Kommenter en eventuell påvirkning av delsignallengden.

i) Beskriv hele systemet for gjenkjenning av gitartonene. Identifiser alle elementer i et slik system.

Oppgave 3 (45%)

Vi har gitt et lineært, tidsinvariant, diskret tid system ved transferfunksjonen (overføringsfunksjonen)

$$H(z) = \frac{1 - z^{-2}}{1 - \frac{1}{4}z^{-1} + \frac{2}{5}z^{-2}}.$$

Dersom du får dårlig tid i forbindelse med denne oppgaven, kan det være lurt å hoppe over mellomregningene, og regne videre med symbolske verdier.

a) Finn systemets poler og nullpunkt, og tegn disse i z-planet.

b) Er systemet stabilt?

c) Finn systemets frekvensrespons.

d) Skisser fase- og amplituderesposene til systemet.

e) Med bakgrunn i disse, redegjør for hvordan systemet påvirker signalet som filtreres gjennom det.

f) Skriv opp systemets differanseligning.

g) Gitt initialbetingelsene $y[-1] = 0$ og $y[-2] = 0$. Finn responsen til systemet dersom inngangssignalet er

$$u[n] = \begin{cases} 1 & \text{for } n \geq 2 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases} .$$

Husk: med reelle signaler, reelle koeffisienter i differanseligningen og reelle initialbetingelser, vil det være urimelig med et komplekst utgangssignal. Hint: husk tidsforsinkelsesegenskapene til z-transformasjonen.

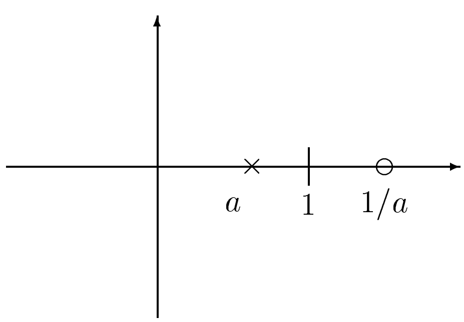
h) Finn systemets impulsrespons (du skulle kunne bruke deler av mellomregningene fra deloppgave g).

i) *Skisser* impulsresponsen opp til sample nummer 15.

j) Dersom vi skulle ønske en skarpere amplituderespons (brattere transisjoner mellom stopp- og pass-bånd), hvordan ville impulsresponsen i praksis påvirkes av dette (du skal ikke regne noe på denne deloppgaven).

Oppgave 4 (10%)

Plasseringen av poler og nullpunkt for et førsteordens "all-pass" filter er som vist i figuren nedenfor.



a) Hva er systemets transferfunksjon? Du kan anta at alle ukjente forsterkninger er lik 1.

b) Finn et uttrykk for systemets frekvensrespons.

c) Vis at $|H(\omega)|$ =konstant for alle ω.