

EKSAMEN I: 4042 Digital signalbehandling

VARIGHET: 09.00-14.00

TILLATTE HJELPEMIDLER: Alle

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 3 SIDER

MERKNADER: Faglig kontakt under eksamen: Geir E. Øien

Husk: Alle svar skal begrunnes.

### Oppgave 1 (10%)

Gitt det analoge signalet  $x(t) = \sin(\frac{\pi}{10}t) + \cos(\frac{7\pi}{10}t + \frac{\pi}{4})$ . Tiden  $t$  er i sekunder. Signalet samples ved  $f_s = \frac{1}{2}$ Hz.

- Hvilke kontinuerlig-tid frekvenser forekommer i  $x(t)$ ? Angi frekvensene i Hz.
- Finn det diskret-tid signalet  $x[n]$  som fremkommer ved sampling av  $x(t)$ .
- Hvilke diskret-tid frekvenser forekommer i  $x[n]$ ? Skriv opp all regning som er nødvendig for å komme frem til svaret.
- Hvilke fysiske frekvenser svarer disse diskret-tid frekvensene til? Samsvaret dette med det du fant i a)?

### Oppgave 2 (20%)

Et diskret-tid system er beskrevet ved differanseligningen  $y[n] = -\frac{3}{2}y[n-2] + u[n] + 2u[n-1] + u[n-2]$ . Initialverdiene til systemet er  $y[-1] = 0$  og  $y[-2] = 1$ .

- Finn transferfunksjonen til systemet.
- Finn polene til systemet.
- Er systemet stabilt?
- Er differanseligningen til systemet rekursiv?

- e) Finn de 10 første verdiene til impulsresponsen.
- f) Finn et uttrykk for  $Y(z)$  når inngangssignalet er enhetssteget. Hvordan ville du gått frem dersom du skulle funnet et eksplisitt uttrykk for  $y[n]$ ?

Når meteorologene angir gjennomsnittlig nedbør siste 30 døgn, anvender de et lineært tidsinvariant system for å finne denne nedbøren. For enkelhetsskyld skal vi her se et system for å finne gjennomsnittlig nedbør siste 7 døgn. Anta at værvarelet blir gitt kl. 24, slik at inneværende døgn tas med.

- g) Skriv differanseligningen for dette systemet.
- h) Skriv opp et uttrykk for frekvensresponsen til systemet. Skriv svaret på formen  $H(\omega) = r(\omega)e^{j\theta(\omega)}$ , hvor  $r(\omega)$  og  $\theta(\omega)$  er reelle funksjoner av  $\omega$ .

### Oppgave 3 (40%)

- a) Hva er den felles grunnidéen bak alle teknikkene vi har for frekvensanalyse (Fourier-transformasjon, Fourier-rekke, diskret-tid Fourier-transformasjon, diskret-tid Fourier-rekke, diskret Fourier-transformasjon)?
- b) Diskret Fourier-transformasjon (DFT) og diskret Fourier-rekkeutvikling (DTFS) er to frekvensanalyseteknikker som ligner mye på hverandre. Hva er forskjellen på teknikkene? Til tross for sine likheter, er teknikkene utviklet fra forskjellige utgangspunkt. Hva er forskjellen på utgangspunktet for DFT og DTFS?
- c) Et periodisk signal,  $f(t)$ , som er periodisk med periode  $P$  kan skrives som

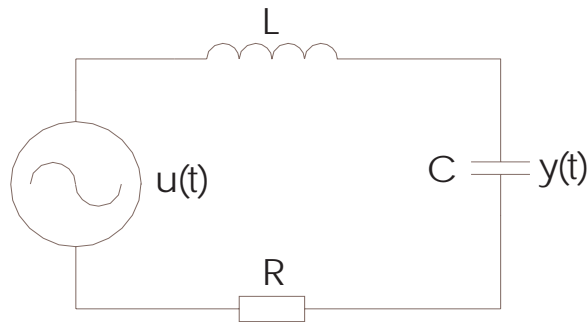
$$f(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m e^{jm\frac{2\pi}{P}t}.$$

Hva kalles denne skrivemåten for  $f(t)$ ? Hva kalles koeffisientene  $c_m$ ? Hvorfor forekommer ikke  $e^{j\frac{1}{2}\frac{2\pi}{P}t}$  i summen ovenfor?

- d) Gitt diskret-tid signalet  $f[k] = \{1 \ 3 \ 4 \ 3\}$ . Finn diskret Fourier-transformen (DFT'en) til dette signalet ved radix-2 hurtigalgoritmen for DFT.
- e) Tegn DFT-amplitude-spekteret til signalet ovenfor.
- f) Anta at signalet var samlet ved 20Hz. Relater frekvensene som forekommer i spekteret ovenfor til fysiske frekvenser i det samplede signalet.

## Oppgave 4 (30%)

Gitt systemet



Komponentene i systemet har verdiene  $L = 3H$ ,  $C = 5F$  og  $R = 1\Omega$ . Relasjonen mellom strøm og spenning er for spolen  $y_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$  og for kondensatoren  $i_C(t) = C \frac{dy_C(t)}{dt}$ . Initialbetingelsene kan antas å være null.

- a) Vis at differensialligningen for systemet ovenfor kan skrives

$$y(t) = -5y'(t) - 15y''(t) + u(t).$$

- b) Finn transferfunksjonen til systemet.  
c) Er systemet stabilt?  
d) La inngangen til systemet være et  $u(t) = \sin(100\pi t)$ ,  $t \geq 0$ . Finn et eksplisitt uttrykk for  $y(t)$ .

Hint: hverken inngangssignalet, initialbetingelsene eller systemligningen inneholder komplekse tall. Det er derfor ikke rimelig at svaret skal inneholde komplekse tall heller.

Tips: dersom du ikke får tid til å gjennomføre all regningen på denne oppgaven, bør du beskrive så detaljert som mulig hva du har tenkt å gjøre videre.